

UNIVERSITÉ DE TOURS

**ÉCOLE DOCTORALE : Sciences de la Société : Territoires, Economie et
Droit - SSTED**

ÉQUIPE de RECHERCHE

CITERES-DATE

THÈSE présentée par :

Valentin LAMIRAULT

soutenue le : **4 mai 2022**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Tours**

Discipline/ Spécialité : **Aménagement de l'espace et urbanisme**

Modèle intégré des déplacements quotidiens : application à la Région Centre- Val de Loire.

THÈSE dirigée par :

M. MAIZIA Mindjid
M. ZANINETTI Jean-Marc
M. SERRHINI Kamal

Professeur, Université de Tours
Professeur, Université d'Orléans
Maître de conférences, Université de Tours

RAPPORTEURS :

M. CHAPELON Laurent
M. TELLER Jacques

Professeur, Université Paul-Valéry Montpellier 3
Professeur, Université de Liège

PRESIDENT DU JURY :

M. DIAB Youssef

Professeur, Université Gustave-Eiffel

JURY :

M. BATAKIS Athanasios
M. CHAPELON Laurent
M. MAIZIA Mindjid
M. SERRHINI Kamal
M. TELLER Jacques
M. ZANINETTI Jean-Marc

Maître de conférences HDR, Université d'Orléans
Professeur, Université Paul-Valéry Montpellier 3
Professeur, Université de Tours
Maître de conférences, Université de Tours
Professeur, Université de Liège
Professeur, Université d'Orléans

Remerciements

Je tiens ici à remercier toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail de thèse.

Pour commencer, j'adresse tous mes remerciements à Monsieur Mindjid Maizia, professeur à l'université de Tours et directeur de cette thèse, pour le temps qu'il a consacré à mon encadrement. Ses idées, ses conseils et ses commentaires, tant sur le plan méthodologique que scientifique ont nourri mon travail et ma réflexion et ont permis l'aboutissement de cette recherche.

Je remercie également Monsieur Jean-Marc Zaninetti, professeur à l'université d'Orléans et co-directeur de cette thèse, pour son soutien et ses suggestions tout au long de ce travail.

Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères à Monsieur Kamal Serrhini, qui a coordonné cette thèse et m'a accompagné dans le déroulement de celle-ci. Je lui suis particulièrement reconnaissant pour les nombreuses références qu'il m'a partagé, pour ses conseils avisés et ses relectures minutieuses de mon mémoire.

Je tiens à remercier les membres de mon jury de thèse. J'adresse donc mes remerciements à Monsieur Laurent Chapelon et à Monsieur Jacques Teller qui ont accepté de rapporter ce mémoire. Je remercie également Monsieur Youssef Diab et Monsieur Athanasios Batakis qui ont accepté d'évaluer mon travail de thèse et de participer au jury de soutenance.

Enfin, je ne saurais oublier toutes les personnes qui, dans mon entourage, m'ont soutenu dans cette entreprise. En premier lieu, je remercie sincèrement l'ensemble des personnes qui m'entourent dans ma vie associative au sein de l'Espoir Sportif du Beffroi. Merci d'avoir été à mes côtés durant cette période et de m'avoir permis de trouver l'équilibre indispensable pour mener à bien un tel projet. En second lieu, et peut être avant tout, mes pensées vont à l'ensemble de ma famille. Merci à tous de m'avoir soutenu et d'avoir été à l'écoute des difficultés rencontrées au cours de ces trois ans.

Table des matières

Remerciements	2
Table des matières.....	3
Table des figures.....	7
Liste des tableaux	9
Table des cartes	10
Introduction	11
Partie 1. Modélisation des déplacements, un bref état de l'art.....	14
Chapitre 1. Modèles classiques et statiques de simulation de la demande de transport	15
1. Modèles de la localisation des activités	15
1.1. <i>Modèle de Von Thünen (1826)</i>	16
1.2. <i>Modèle de Launhardt-Weber</i>	18
1.3. <i>Modèle d'Alonso</i>	19
1.4. <i>Théorie des lieux centraux (1932)</i>	20
1.5. <i>Apports de l'économie spatiale pour la modélisation de la demande de transport</i>	21
2. Modélisation gravitaire	22
2.1. <i>Modèles gravitaires basés sur les interactions entre couples d'entités</i>	22
2.2. <i>Modèles gravitaires basés sur les interactions avec l'ensemble des entités</i>	25
2.3. <i>Apport de la modélisation gravitaire pour la modélisation de la demande de transport</i>	27
3. Modélisation à quatre étapes	27
3.1. <i>Approche gravitaire de la génération et de la distribution des déplacements</i> ...	29
3.2. <i>Choix modal</i>	31
3.3. <i>Affectation de la demande de transport</i>	32
3.4. <i>Limites de la modélisation à quatre étapes</i>	33
Conclusion	35
Chapitre 2. Modèles dynamiques d'écoulement du trafic.....	37

1. Modèles microscopiques	38
2. Modèles macroscopiques	39
2.1. <i>Diagramme fondamental</i>	41
2.2. <i>Modèle du premier ordre</i>	43
2.3. <i>Autres types de modèles macroscopiques</i>	45
3. Développements récents des modèles dynamiques d'écoulement du trafic	46
Conclusion	47
Chapitre 3. Deux familles de modèles cloisonnés	49
1. Segmentation relative des approches dans le champ opérationnel	49
2. Incompatibilités des modèles	51
3. Différents objectifs dans l'utilisation des modèles dans les projets de transport	52
Conclusion	53
Partie 2. Méthodologie	57
Chapitre 1. Analogie physique	58
1. Equations de Saint-Venant	58
1.1. <i>Analogies entre l'écoulement du trafic et l'écoulement de l'eau</i>	58
1.2. <i>Construction des équations décrivant l'écoulement d'un fluide</i>	60
2. Résolution en éléments finis	67
2.1. <i>Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles</i>	68
2.2. <i>Principe de la méthode des éléments finis</i>	68
3. Chaîne de modélisation TELEMAC	71
3.1. <i>Le logiciel TELEMAC</i>	71
3.2. <i>Simulation d'un écoulement</i>	73
Conclusion	74
Chapitre 2. Formulation géométrique	76
1. Maillage de la zone d'étude	76
1.1. <i>Caractérisation du maillage</i>	76
1.2. <i>Triangulation du domaine d'étude</i>	77
2. Calcul des altitudes des destinations	81
2.1. <i>Représenter les rapports entre les poids des différentes unités géographiques d'un territoire grâce aux cartes en anamorphose</i>	81
2.2. <i>Projection des destinations</i>	84
3. Interpolation au nœud près et abaissement des altitudes	86
3.1. <i>Interpolation basée sur un modèle gravitaire</i>	86
3.2. <i>Construction des « vallées »</i>	87
4. Validité du relief du point de vue de l'écoulement	88
4.1. <i>Validité du point de vue de l'analogie</i>	89
4.2. <i>Validité du point de vue des hypothèses de Saint-Venant</i>	92
4.3. <i>Correction de l'altitude de l'origine et des destinations</i>	92
Conclusion	93
Chapitre 3. Analogie topologique	95
1. Théorie des graphes	95
1.1. <i>Du réseau routier réel au graphe</i>	95
1.2. <i>Caractéristiques d'un graphe routier</i>	96
2. Simplification induite par des éléments du modèle	98
2.1. <i>Graphe routier et simulation macroscopique de l'écoulement du trafic</i>	98

2.2. Analogie hydrodynamique et graphe.....	99
3. Complexité numérique inhérente à la complexité du réseau.....	101
Conclusion.....	103
Partie 3. Résultats.....	107
Chapitre 1. Site d'étude et paramètres de la simulation	108
1. Site d'étude.....	108
1.1. Caractéristiques du site d'étude	108
1.2. Zonage du terrain d'étude	111
1.3. Réseau routier du site d'étude	112
2. Construction du graphe routier du périmètre du SCoT	113
2.1. Du réseau au graphe routier en passant par les données géographiques.....	113
2.2. Analyse du graphe routier d'entrée et simplification	114
3. Maillage de la zone d'étude.....	119
4. Calage des paramètres de projection	120
4.1. Coefficient d'aplatissement θ	123
4.2. Coefficient de résistance β	125
4.3. Normalisation des altitudes μ	127
4.4. Altitude de l'origine ξ	128
4.5. Nombre λ de destinations prises en compte dans la relation d'interpolation .	129
4.6. Profondeur des vallées δ	131
Conclusion.....	132
Chapitre 2. Validation des flux et des débits	134
1. Validation de la matrice origine-destination	134
1.1. Comparaison avec les flux issus de l'enquête ménage déplacement de 2019 ..	134
1.2. Comparaison des flux entre la zone centrale et la zone périphérique.....	137
1.3. Etude des flux vers les zones en bordure du domaine d'étude	139
1.4. Tentative d'explication des écarts observés	142
2. Validation des débits	143
2.1. Points de comptage de référence.....	143
2.2. Débits simulés au niveau des points de comptage.....	145
Conclusion.....	149
Conclusion générale	150
Bibliographie.....	153
Notations	161
Annexes	163
Annexe 1 : Autres diagrammes fondamentaux	164
1. Modèle de Greenshield.....	164
2. Modèle de Greenberg	165
3. Modèle d'Underwood	165
4. Modèle de Newell	166
5. Modèle de Pipes	166

6. Modèle de Greenberg modifié.....	167
7. Modèles polynomial et quadratique	168
8. Modèle de Mac Nicholas.....	168
9. Modèle de May.....	169
Annexe 2 : Paramétrage de Telemac 2D.....	170
Annexe 3 : Reliefs finaux pour chaque origine sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	171

Table des figures

Figure 1 Organisation des cultures autour d'une ville selon le modèle de Von Thünen.....	17
Figure 2 Organisation des cultures autour d'une ville et d'un cours d'eau selon Von Thünen	17
Figure 3 Organisation d'un réseau de villes dans l'espace selon Chritaller	20
Figure 4 La chaîne de modélisation à quatre étapes.....	28
Figure 5 Liste non-exhaustive des sous-modèles des chaînes de modélisation à quatre étapes.....	29
Figure 6 Panorama de la modélisation statique de la demande de transport	36
Figure 7 Variables caractéristiques de l'écoulement du trafic	40
Figure 8 Diagramme fondamental de Greenshield.....	42
Figure 9 Diagramme fondamental de May.....	43
Figure 10 Diagramme fondamental du modèle cellulaire de Daganzo	45
Figure 11 Panorama de la modélisation dynamique de l'écoulement du trafic.....	48
Figure 12 Les outils de modélisation des transports utilisés par les bureaux d'étude en France	50
Figure 13 Analogie entre écoulement d'un liquide et écoulement du trafic.....	54
Figure 14 Variables du modèle	55
Figure 15 Logigramme simplifié du modèle MIPSiT	56
Figure 16 Profil de vitesse selon les hypothèses de Saint-Venant	61
Figure 17 Schéma d'un écoulement d'eau unidimensionnel.....	62
Figure 18 Exemples de configurations d'éléments non conformes	70
Figure 19 Exemples de maillages structuré et non structuré.....	70
Figure 20 Logigramme du module d'écoulement	75
Figure 21 Exemples de maillage d'un domaine carré avec et sans trous	77
Figure 22 Illustration de la condition de Delaunay	78
Figure 23 Exemple de triangulation de Delaunay d'un ensemble de points.....	78
Figure 24 Exemple de triangulation sous contraintes.....	79
Figure 25 Exemple de triangulation contrainte Delaunay-conforme	80
Figure 26 Exemple de triangulation contrainte Delaunay-conforme avec spécification d'une contrainte d'angle minimum	81
Figure 27 Carte en anamorphose scalaire de la population de la région Centre Val de Loire	82
Figure 28 Carte en anamorphose vectorielle des temps de trajet en train depuis Blois	83
Figure 29 Projection des destinations.....	85
Figure 30 Exemple d'extraction du maillage correspondant au réseau routier	89
Figure 31 Logigramme du module de construction du support de l'écoulement	93
Figure 32 Exemple d'un graphe représentant une portion du réseau routier réel (source : Géoportail)	96
Figure 33 Exemples de deux graphes représentant une même portion du réseau routier (source : Géoportail).....	96
Figure 34 Exemples graphe non orienté et de graphe orienté	97
Figure 35 Exemples de graphe planaire et de graphe non planaire	97
Figure 36 Deux représentations de la place de l'Etoile (Paris, 75), une intersection complexe (source : Géoportail).....	98
Figure 37 Exemples de graphe connexe et graphe non connexe	100

Figure 38 Exemples de graphe avec et sans isthmes	100
Figure 39 Exemples de triangulations de complexités inégales	101
Figure 40 Exemples de triangulations avec des champs de contrainte de complexité différente	101
Figure 41 Logigramme du module de simplification	103
Figure 42 Logigramme du modèle MIPSiT	106
Figure 43 Population et emplois dans les 15 zones du territoire d'étude	112
Figure 44 Processus de fusion des nœuds proches	118
Figure 45 Passage d'un graphe simplifié au maillage	119
Figure 46 Maillage du territoire du SCoT	120
Figure 47 Allure du relief avec la zone Tours Sud comme origine et les paramètres non calés	122
Figure 48 Exemples de reliefs pour deux valeurs différentes du coefficient θ	124
Figure 49 Evolution des altitudes des destinations en fonction du coefficient d'aplatissement θ	124
Figure 50 Evolution du coefficient de détermination en fonction des valeurs du coefficient θ	125
Figure 51 Exemples de reliefs pour différentes valeurs du coefficient β	126
Figure 52 Evolution du coefficient de détermination en fonction du facteur de résistance β	127
Figure 53 Evolution du coefficient de détermination en fonction des valeurs de la borne supérieure de normalisation	128
Figure 54 Evolution du coefficient de détermination en fonction de l'altitude de l'origine par rapport à la borne supérieure de normalisation	129
Figure 55 Exemples de reliefs dans lesquels on a considéré un nombre différent de destinations pour l'interpolation	130
Figure 56 Evolution du coefficient de détermination en fonction du nombre de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation	131
Figure 57 Evolution du coefficient de détermination en fonction de la profondeur δ	132
Figure 58 Allure du relief avec la zone Tours Sud comme origine et les paramètres calés	133
Figure 59 Corrélation entre les flux de référence et les flux simulés	136
Figure 60 Distribution des flux de référence par origine	138
Figure 61 Distribution des flux simulés par origine	138
Figure 62 Distribution des flux de référence par origine	141
Figure 63 Distribution des flux simulés par origine	141
Figure 64 Distribution des flux simulés au niveau des points de comptage	146
Figure 65 Distribution du rapport rsc	147
Figure 66 Corrélation entre les flux issus des comptages et les flux simulés	147
Figure 67 Diagramme fondamental de Greenshield	164
Figure 68 Diagramme fondamental de Greenberg	165
Figure 69 Diagramme fondamental d'Underwood	165
Figure 70 Diagramme fondamental de Newell	166
Figure 71 Diagramme fondamental de Pipes	167
Figure 72 Diagramme fondamental de Greenberg modifié	167
Figure 73 Diagramme fondamental polynomial	168
Figure 74 Diagramme fondamental quadratique	168
Figure 75 Diagramme fondamental de Mac Nicholas	169
Figure 76 Diagramme fondamental de May	169

Liste des tableaux

Tableau 1 Variables analogues dans un écoulement d'eau et dans l'écoulement macroscopique du trafic.....	60
Tableau 2 Exemples d'éléments en deux dimensions utilisables dans une méthode en éléments finis .	69
Tableau 4 Typologie des voies conservées pour construire le graphe routier du site d'étude	115
Tableau 5 Analyse du graphe routier initial et des graphes simplifiés	118
Tableau 6 Paramètres de maillage et de projection avant calage	121
Tableau 7 Paramètres de projections et de maillage utilisés pour la simulation sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	132
Tableau 8 Comparaison des flux simulés avec les flux de référence dans et hors du cœur métropolitain	139

Table des cartes

Carte 1 Localisation du site d'étude dans le département d'Indre et Loire (37).....	109
Carte 2 Répartition de la population active sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2015	110
Carte 3 Répartition des emplois sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2015 ...	110
Carte 4 Découpage du territoire d'étude pour la simulation du trafic	111
Carte 5 Réseau routier et des principaux cours d'eau sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	113
Carte 6 Graphe routier simplifié <i>G1</i>	116
Carte 7 Graphe routier simplifié <i>G2</i>	117
Carte 8 Flux domicile-travail depuis l'origine la zone « Tours Sud » sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle.....	123
Carte 9 Flux domicile-travail de référence sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	135
Carte 10 Flux domicile-travail simulés sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	136
Carte 11 Le cœur métropolitain et le reste du territoire selon le découpage de l'EMD2019	137
Carte 12 Corrélations entre les flux simulés et les flux de référence pour chaque origine	139
Carte 13 Découpage du territoire d'étude selon quatre zones	140
Carte 14 Points de comptage sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle.....	145
Carte 15 Flux simulés au niveau des points de comptage sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle	148

Introduction

Cette thèse porte sur la prévision et la simulation du trafic routier. Deux familles de modèles ont été mobilisées : les modèles statiques de prévision de la demande de transport et les modèles dynamiques d'écoulement du trafic. Le principal objectif est de surmonter les incompatibilités de ces deux familles de modèles lesquelles sont construites sur des bases mathématiques distinctes et pour des finalités différentes. On cherche donc à intégrer au sein d'un même modèle la génération de la demande de transport et la simulation de l'écoulement du trafic. Pour se faire, le présent mémoire commence par faire l'état de la connaissance en matière de modélisation de la demande de transport et du trafic routier. Sur ces bases, un nouveau modèle est proposé et appliqué sur le périmètre du SCoT de l'agglomération tourangelle.

L'histoire de la modélisation du trafic est étroitement liée à celle du développement de l'automobile. De son émergence au début du XX^{ème} siècle jusqu'à aujourd'hui, l'automobile s'est progressivement généralisée comme mode de transport. Cette croissance débute dès les années 1930 aux Etats-Unis et se généralise en Europe et notamment en France après la seconde guerre mondiale. Plusieurs éléments peuvent expliquer cette ascension.

En premier lieu, on note dans les années 1930 le développement d'une industrie automobile capable de produire beaucoup de véhicules bon marché. Cette industrie connaît un essor fulgurant après la seconde guerre mondiale ce qui participe à la démocratisation de l'automobile auprès des populations les plus modestes (Héran, 2015).

En second lieu, l'après-guerre est une période propice au développement de ce mode de transport. En Europe au moins, de vastes zones sont à reconstruire et c'est l'occasion d'amorcer une transition urbaine. Les centres villes anciens sont progressivement et difficilement adaptés à l'usage de l'automobile. En revanche le développement de nouveaux quartiers se fait selon un urbanisme fonctionnaliste pensé pour l'usage de l'automobile. On assiste à un étalement sans précédent des villes avec la construction de vastes zones résidentielles (Wiel, 1999). Dans un même temps les modes de consommation se transforment avec le renforcement de la grande distribution et la construction de zones commerciales accessibles uniquement en voiture. Certains services publics sont également rationalisés de sorte qu'il est parfois nécessaire de se déplacer sur de longues distances pour y avoir accès. Enfin, les villes se dotent d'infrastructures routières (pénétrantes, radiales, roades périphériques) desquels tous les modes de transport non motorisés sont exclus (Richer et Rabaud, 2019). Dès lors, la non-utilisation de l'automobile devient un handicap et implique des coûts de mobilité de plus en plus importants. Cela renforce d'autant plus l'usage de ce mode de transport.

La croissance rapide de l'automobile amène les autorités à vouloir planifier de nouvelles infrastructures lesquelles contribuent également à renforcer l'usage de ce mode de transport (Braess et al., 2005). C'est dans ce contexte que les premiers modèles de prévision de la demande de transport apparaissent. D'abord aux Etats-Unis avec de premières études dès les années 1930 puis en Europe dès les années 1950. Ces modèles visent en premier lieu la connaissance de la situation présente et en second lieu la planification de nouvelles infrastructures destinées à accompagner la croissance du trafic automobile. Ils constituent une première famille de modèles dans le domaine des transports.

La croissance de l'automobile connaît un ralentissement dans les années 1970 consécutivement aux différents chocs pétroliers et au ralentissement de la croissance économique qui induit une rationalisation des financements publics. Pour certains pays comme les Pays-Bas, c'est l'occasion de reconsidérer la place de l'automobile et de faire émerger des solutions alternatives (bicyclette). En France, on fait le choix de développer les réseaux de transports en commun. Dans tous les cas le paradigme change progressivement : on ne souhaite plus systématiquement construire de nouvelles infrastructures routières mais plutôt améliorer ou optimiser celles existantes. C'est à cette époque qu'une seconde approche de modélisation gagne en intérêt : la simulation de l'écoulement du trafic. Cette approche se base sur des éléments théoriques antérieurs étudiés et développés dans les années 1930 et 1950 (Greenshield, 1935; Lighthill et Whitham, 1955) et vise généralement à gérer et optimiser le fonctionnement des infrastructures existantes.

Le développement de l'automobile a également modifié certains comportements de mobilité (Bonnell et al., 2012). Le budget temps de transport ainsi que le nombre de déplacements quotidiens sont restés relativement stables au cours du XX^{ème} siècle (respectivement autour de 50 minutes et de 3,6 déplacements en moyenne par jour et par personne). La principale évolution se situe au niveau des motifs de déplacements. Dans le passé, la journée était relativement fixe avec des horaires de travail normalisés si bien que les déplacements liés au travail représentaient une part importante du temps de transport quotidien et du nombre de déplacements. Aujourd'hui les modifications intervenues sur l'organisation du travail ont conduit à une baisse des déplacements liés au travail tant en nombre qu'en temps de trajet. À l'inverse, les déplacements liés aux achats et aux loisirs se sont accrus. Cependant, même si la part des déplacements liés au travail s'est amoindrie au cours de cette période, ce motif de déplacement reste un marqueur de l'organisation territoriale en France (Zaninetti, 2017).

Aujourd'hui même si la place de l'automobile est largement questionnée et remise en question, ce mode de transport est dans la plupart des pays développés et en particulier en France celui dont la part modale est la plus importante. Par exemple pour la mobilité quotidienne liée au travail en France, 74% des actifs en emploi se déplacent en voiture (Brutel et Pages, 2021). Les situations sont très inégales selon les territoires. Dans la région Ile-de-France, la part de ce mode de transport pour les déplacements domicile-travail n'est que de 33% (Acs et Laurent, 2021). En revanche, dans une région comme le Centre – Val de Loire, l'automobile représente 82% des déplacements des actifs pour se rendre sur leur lieu de travail (Toutin, 2021).

Malgré cette prépondérance de l'automobile, les approches de modélisation les plus récentes intègrent davantage les autres modes de transport. C'est particulièrement le cas des modèles de prévision de la demande de transport qui sont le plus souvent multimodaux. Cependant, la modélisation dynamique se concentre encore majoritairement sur l'écoulement du trafic routier. C'est pourquoi dans la suite de cette thèse on se restreindra à la modélisation du trafic routier et plus spécifiquement en considérant uniquement le mode de transport automobile.

Le premier objectif de cette thèse est d'étudier comment les deux approches de modélisation dans le domaine des transports ont émergé d'un point de vue théorique et ce qui les distingue l'une de l'autre. Ainsi, dans la première partie, on délimite plus précisément les éléments théoriques sur lesquels se basent ces deux catégories de modèles. On circonscrit également leurs champs d'application et leurs limites respectives. *In fine*, cet état de l'art de la modélisation des déplacements vise à mettre en avant les incompatibilités aussi bien théoriques qu'opérationnelles de ces deux approches de modélisation.

Compte tenu de cet état de l'art, le deuxième objectif de cette thèse est de développer un modèle (le modèle MIPSiT) recouvrant en partie ces deux approches de modélisation. Pour se faire on propose de reprendre l'analogie hydrodynamique sur laquelle se basent certains modèles d'écoulement du trafic. Le modèle, repose donc sur l'hypothèse selon laquelle **l'écoulement du trafic routier quotidien est analogue à celui d'un liquide (physique)**. Un tel modèle s'intéresse donc uniquement au mode motorisé (automobile) pour la simulation de la mobilité quotidienne liée au travail. Dans le premier chapitre de la deuxième partie, on spécifie les modalités d'écoulement du trafic au travers de la résolution du système d'équations de Saint-Venant. Le deuxième chapitre s'intéresse à la retranscription sous la forme d'une figure géométrique en trois dimensions des rapports d'attractivités entre les différents pôles d'un territoire. Enfin, le troisième chapitre se concentre sur la construction du graphe routier.

Une fois le modèle théorique posé, le troisième et dernier objectif est d'en faire un test sur un terrain d'étude particulier. Cette recherche étant financée par la région Centre – Val de Loire, le site d'étude se situe au sein de celle-ci. Le modèle MIPSiT est donc calé et appliqué à l'agglomération tourangelle, une des deux principales agglomérations de la région Centre – Val de Loire.

Partie 1. Modélisation des déplacements, un bref état de l'art

Dans cette partie, le premier objectif est de développer les éléments théoriques à l'origine des deux approches de modélisation des déplacements : les modèles statiques de simulation de la demande de transport et les modèles dynamiques d'écoulement du trafic.

Dans le premier chapitre concernant la modélisation statique de la demande de transport, on suit une progression chronologique des différentes approches ayant conduit à la construction de ces modèles. On introduit en premier lieu les modèles de la localisation des activités dont l'objet est de prévoir la localisation des activités en fonction de loi économiques. En second lieu, on aborde les modèles gravitaires qui proposent de transposer les lois de gravité (Newton) au domaine de la géographie et des transports. L'analyse de ces deux familles de modèles constitue un socle théorique pour les modèles statiques de prévision de la demande de transport. Ces modèles abordés dans la troisième section, bénéficient de nombreux développements. Il ne s'agit donc pas d'en faire un inventaire complet mais d'en exposer les principes de fonctionnement (structures, données d'entrée et de sortie) et de discuter de leurs limites au travers de l'étude de la chaîne de modélisation à quatre étapes.

Le deuxième chapitre se concentre sur la modélisation dynamique de l'écoulement du trafic. On fait la distinction entre les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Les premiers considèrent le trafic à l'échelle du véhicule tandis que les seconds l'étudient comme un flux. Comme pour les modèles statiques, on explicite le fonctionnement général de ces modèles et on discute de leurs domaines d'application et de leurs limites. Une attention particulière est portée sur les modèles macroscopiques dans la mesure où ceux-ci se basent généralement sur une analogie avec la mécanique des fluides et que l'on souhaite baser notre modèle sur cette même analogie.

L'objectif de ces discussions est double. En premier lieu, il s'agit de mettre en avant les incompatibilités entre ces deux approches de modélisation. En second lieu, on cherche à positionner notre modèle dans le champ de la modélisation dans le domaine des transports comme un modèle intégrant ces deux catégories de modèles.

Chapitre 1. Modèles classiques et statiques de simulation de la demande de transport

La première approche de modélisation dans le domaine des transports est l'approche statique permettant de prévoir et d'affecter la demande de déplacements ou de trafic sur un réseau. Cette approche a été développée depuis les années 1950 (Commenges, 2013b) en réponse à un besoin d'outils d'analyse du système de transport. L'objectif était de planifier les investissements futurs en matière d'infrastructures routières. La prévision de la demande de déplacements se décline selon plusieurs familles de modèles dont la plus connue est celle des modèles à quatre étapes.

Cette approche statique de la modélisation des déplacements s'appuie sur un corpus théorique pour lequel les premiers travaux remontent au début du XIX^{ème} siècle. Ce sont les modèles de la géographie et de l'économie spatiale. Ceux-ci cherchent à reproduire la localisation des activités et des villes dans l'espace en identifiant des stratégies de localisation. Les lois économiques à la base de ces modèles sont similaires à celles qui guident le comportement des individus en matière de déplacements.

Ainsi, on discute dans un premier temps des apports théoriques des modèles de la localisation des activités pour les modèles statiques de simulation de la demande de transport. On montre ensuite que les modèles gravitaires constituent une première formalisation de la relation entre déplacements et variables socio-économiques descriptives d'un territoire. Enfin, à travers l'étude des modèles à quatre étapes, on expose comment cette chaîne de modélisation exploite les modèles et les notions développés pour la géographie et l'économie spatiale.

1. Modèles de la localisation des activités

Tobler (Tobler, 1993) identifie cinq grandes approches de modélisation en géographie et en économie spatiale. Ces modèles déterminent la localisation des activités notamment en fonction de la distance à un ou plusieurs pôles d'attractivité. Ces pôles sont souvent des « villes centres » qui concentrent la population et un certain nombre d'activités. Le premier modèle est attribué à Von Thünen et se focalise sur la localisation des activités agricoles en fonction de leur distance à une ville centre (Guigou, 1982). Il est ensuite repris par de nombreux auteurs dont Alonso qui le généralise aux activités industrielles et à la localisation résidentielle (Huriot, 1994). Entre temps, Launhardt et Weber proposent un modèle de localisation des activités industrielles en fonction des coûts de transports des biens depuis et vers les différents marchés de consommation. Par la suite, Christaller présente sa théorie des lieux centraux, dans laquelle il propose une répartition des villes dans l'espace en fonction de leur taille. Enfin, Hägerstrand modélise les phénomènes de diffusion au sein d'une population répartie dans l'espace. On trouvera une présentation de ce modèle par Daudé (Daudé, 2002).

1.1. Modèle de Von Thünen (1826)

Le modèle de localisation des activités agricoles de Von Thünen cherche à déterminer la rente associée à des espaces de culture à proximité d'une ville en fonction de leur localisation par rapport à celle-ci. Cette approche est pour l'époque (1826) assez novatrice puisque Von Thünen est le premier à introduire une dimension spatiale dans l'analyse de la rente d'un terrain de culture (Guigou, 1982 ; Huriot, 1994).

Le modèle de Von Thünen considère un espace théorique volontairement très simple. L'objectif étant de réduire l'étude de la localisation des lieux de production agricole aux effets d'un unique facteur : le coût de transport depuis le lieu de production jusqu'à la ville.

Ainsi, l'espace selon Von Thünen est réduit à une plaine uniforme sans canal ni cours d'eau navigable. Au centre, se trouve l'unique ville qui domine toute la plaine environnante. Celle-ci, ramenée à un point, joue le rôle de marché de consommation vers lequel les produits agricoles sont acheminés. L'espace est borné à une grande distance de la ville par un désert aride qui le sépare du reste du monde : l'espace de Von Thünen est ainsi considéré comme un « état isolé » (Baumont et Huriot, 1996). Il n'y a donc pas d'échange avec l'extérieur. Au sein de cet espace les transports sont supposés infinis, c'est-à-dire que depuis n'importe quel point de la plaine on peut se rendre en ligne droite à la ville. Ainsi, le coût de transport est proportionnel à la distance et au volume de marchandises transportées. Enfin, les agriculteurs ont un comportement supposé rationnel, c'est-à-dire qu'ils ne s'installent pas à un endroit qui ne leur assure pas une rente positive.

Suivant les hypothèses exposées précédemment, Von Thünen exprime la rente foncière R comme suit :

$$R = R_e(p - C_p) - R_e C_t d$$

Avec :

- R , la rente foncière par unité de surface ;
- R_e , le rendement par unité de surface ;
- p , le prix de vente unitaire sur le marché central (à la ville) ;
- C_p , le coût total de production par unité de poids ;
- C_t , le coût de transport par unité de poids et unité de distance ;
- d , la distance du lieu de production à la ville.

Cette définition de la rente conduit à l'optimisation de la localisation des cultures selon leur coût de transport. Ainsi, Von Thünen met en évidence une disposition en cercles concentriques de six types de cultures (cf. figure 1). Au plus proche de la ville se localisent les cultures maraichères. À l'époque de Von Thünen, celles-ci ont les coûts de transport les plus élevés et nécessitent donc d'être au plus proche de la ville pour pouvoir être rentables. Les autres types de cultures sont disposés de la même manière en s'éloignant du centre. Au-delà des cultures maraichères on a la sylviculture, les cultures alternées, les cultures pastorales, les cultures triennales et au plus loin, l'élevage extensif de bétail.

Dans un second temps, Von Thünen modifie l'état isolé en introduisant une rivière ou une ville secondaire. Il obtient ainsi une configuration des cultures légèrement déformée. Dans le cas de la rivière, les différents cercles sont étirés le long de celle-ci (cf. figure 2b). Dans le cas de l'introduction d'un pôle secondaire, la succession des cultures se retrouve autour de ce deuxième centre mais s'étend

sur un espace moins important (cf. figure 2a). Il y a donc une distance au-delà de laquelle la ville principale supplante la ville secondaire dans la structuration de l'espace.

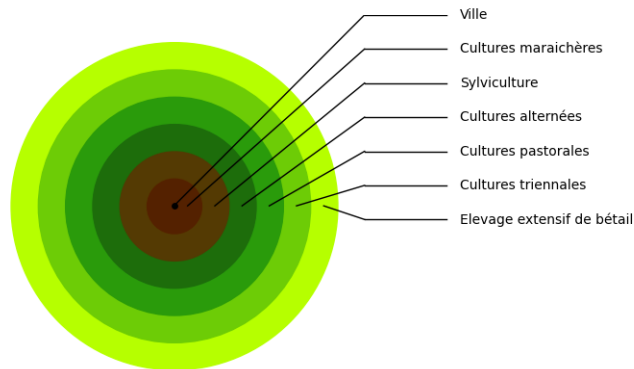


Figure 1 Organisation des cultures autour d'une ville selon le modèle de Von Thünen

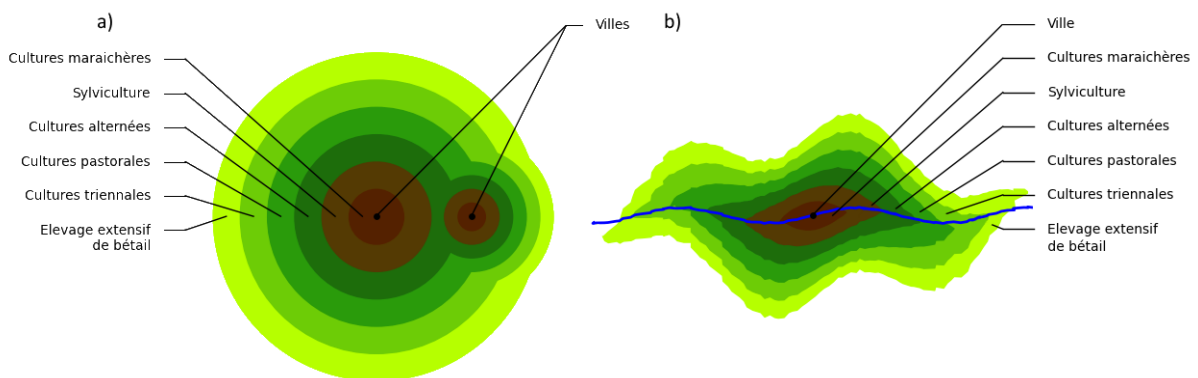


Figure 2 Organisation des cultures autour d'une ville et d'un cours d'eau selon Von Thünen

Les limites de ce modèle portent essentiellement sur le caractère simpliste des hypothèses formulées par Von Thünen. De plus, la situation initiale « d'état isolé », bien que relativement réaliste dans le contexte du terrain d'étude de Von Thünen, n'est aujourd'hui plus d'actualité. En effet, les transports sont bien plus rapides et leur coût représente une partie bien moins importante dans les charges de production. Il y a une indépendance des lieux de production et des lieux de consommation. Il est donc moins évident que la localisation des activités agricoles soit uniquement fonction des coûts de transport. En revanche, ce modèle conserve son domaine de pertinence dès lors qu'il est question de stratégie de localisation résidentielle. Enfin, de nombreuses adaptations ont été réalisées en levant une ou plusieurs des hypothèses formulées par Von Thünen. Les résultats sont toutefois proches de ceux obtenus avec le modèle original. C'est le cas notamment d'Alonso qui propose une généralisation du modèle de Von Thünen (cf. section 1.3 de ce chapitre).

Ce modèle est une des premières tentatives d'explication de l'organisation de l'espace, en l'occurrence de l'espace agricole. La notion sous-jacente est bien celle du pouvoir d'attraction d'un pôle (ici une ville) par rapport à l'espace avoisinant (l'espace agricole) en fonction d'une variable liée à la distance : le coût de transport. Avec l'introduction d'un second pôle urbain, Von Thünen précise son modèle d'attractivité spatiale. À chacun de ces centres est associé un poids, lequel détermine la distance jusqu'à laquelle ceux-ci structurent l'espace agricole environnant.

1.2. Modèle de Launhardt-Weber

Développé indépendamment par Launhardt en 1882 et par Weber en 1909, ce modèle cherche à définir la localisation des activités industrielles. Selon Peeters (Peeters et Perreur, 1996), le modèle de Launhardt-Weber se situe dans le prolongement de celui de Von Thünen dans la mesure où leurs auteurs se basent sur une série d'hypothèses volontairement simplificatrices pour l'élaborer. Tout comme Von Thünen, Weber propose de localiser les activités industrielles en fonction du coût de transport sans pour autant ignorer que d'autres facteurs peuvent intervenir dans les choix de localisation.

Launhardt et Weber posent un cadre théorique très réducteur. On considère une entreprise qui ne fabrique qu'un seul bien ou service et n'est constituée que d'un seul établissement. L'entreprise a besoin de seulement deux types de marchandises pour assurer sa production. De manière à ce que la localisation soit indépendante du niveau de production, ce dernier est déterminé par une fonction de production aux coefficients constants¹. L'espace géographique dans lequel se localise l'entreprise est représenté par un sous-ensemble convexe du plan euclidien. Dans cet espace, les prix des marchandises sont fixes et connus. L'évolution de la demande n'a donc pas d'impact sur l'évolution des prix. Le critère de localisation de l'entreprise retenu par Weber est la minimisation du coût total de transport entre l'endroit où se localise la firme et les marchés.

Le modèle formulé par Launhardt et Weber s'écrit pour une entreprise P de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}(C_t(P)) \\ C_t(P) = \sum_{i=0}^2 r_i m_i d_i(P) \end{array} \right.$$

Avec :

- $C_t(P)$, le coût total de transport ;
- r_i , le tarif unitaire de transport du bien M_i ;
- m_0 , la quantité de bien ou de service M_0 à produire ;
- m_1 et m_2 , les quantités de biens M_1 et M_2 nécessaires à la production ;
- $d_i(P)$, la distance entre le lieu de localisation de la firme et les différents marchés des biens M_0 , M_1 et M_2 .

Ainsi formulé, ce modèle ne possède pas de solution analytique. Il est traditionnellement résolu par des méthodes numériques issues de différents algorithmes de recherche opérationnelle. Peeters présente plusieurs développements du modèle de Launhardt-Weber. Comme pour le modèle de Von Thünen, certains auteurs se sont attachés à lever les différentes hypothèses formulées par Weber. L'aboutissement étant souvent un modèle plus complexe même si dans certains cas des solutions analytiques sont trouvées.

¹ Une fonction de production est une relation reliant les quantités de biens ou de services produits avec les différents facteurs (ici le coût des matières premières) permettant cette production.

Tout comme le modèle de Von Thünen, le modèle de Launhardt-Weber permet de localiser les activités uniquement en fonction du coût de transport. Ce coût est, là aussi, pris proportionnel à la distance. Les entreprises se localisent de manière à minimiser ces coûts de transport, ce qui leur permet de maximiser leurs profits. L'apport du modèle de Launhardt-Weber est de considérer plusieurs pôles d'attractivité (les marchés) là où Von Thünen n'en considère qu'un seul (la ville au centre de « l'état isolé »). Ainsi, pour déterminer la localisation, on recherche la position d'équilibre minimisant les coûts globaux de transport vers les différents marchés. La recherche d'un équilibre est motivée par une hypothèse de rationalité : les activités sont localisées de manière à ce qu'aucun autre endroit de l'espace n'assure une meilleure optimisation des coûts de transport. Egaleme nt faite par Von Thünen, cette hypothèse de rationalité se retrouve dans les modèles présentés dans les paragraphes et sections suivantes.

1.3. Modèle d'Alonso

En 1964, Alonso reprend le modèle de Von Thünen en le généralisant et en l'élargissant (Guigou, 1982). Alonso se place dans le même cadre d'analyse que Von Thünen : celui de « l'état isolé ». L'espace physique est une plaine parfaitement homogène et continue. Le centre-ville est aussi réduit à un point et joue le rôle de marché de biens et de facteurs de production. Les coûts de transport restent proportionnels à la distance.

À la différence de Von Thünen qui n'étudie que les agents agricoles, Alonso introduit trois catégories d'agents : les ménages, les industriels et les agriculteurs. Ces agents n'entretiennent des relations qu'avec la ville-centre et leur position peut être réduite à leur distance à ce centre. Chaque agent a un objectif précis dans le modèle d'Alonso. Les ménages cherchent à se localiser au plus proche du centre-ville de sorte à maximiser leur utilité. Les industriels souhaitent quant à eux maximiser leurs profits. Enfin, comme chez Von Thünen, les agriculteurs cherchent une localisation qui leur permet de maximiser leur rente.

Pour déterminer leur localisation, les différents agents économiques du modèle d'Alonso sont guidés par les coûts de transport mais aussi par d'autres facteurs. Ainsi, la surface de terrain louée, le niveau de profit (pour l'agent *industriel*), l'utilité (pour l'agent *ménage*) ou encore le niveau de prix (pour l'agent *agricole*) ont un impact sur la localisation de ces agents. Ce point distingue le modèle d'Alonso de celui de Von Thünen.

Alonso, développe un modèle en deux étapes. Dans un premier temps, il construit des courbes des prix du sol pour chacun des trois agents. Ces courbes sont déterminées en fonction des différents facteurs pris en compte par chacun des agents pour se localiser. Dans un second temps, les trois agents économiques sont mis en concurrence pour l'occupation du sol. Cela permet de rechercher un équilibre général urbain et périurbain dans lequel chaque agent se localise de telles sortes à maximiser ses profits (pour les agents *industriel* et *agricole*) ou son utilité (pour l'agent *ménage*).

Ce modèle est sujet à plusieurs limites. Les remarques faites pour le modèle de Von Thünen sont toujours valables ici : Alonso considère un espace homogène et isotrope alors même que l'espace est par essence hétérogène et anisotrope. Alonso comme Von Thünen, ne traitent que du marché de la location alors même que celui-ci n'est pas majoritaire.

Néanmoins, le modèle est intéressant dans la mesure où la localisation des agents économiques dans l'espace urbain et périurbain n'est plus uniquement fonction de la distance. Tout comme les modèles précédents, le modèle d'Alonso se base sur une approche rationnelle du choix des localisations des agents économiques. Ceux-ci cherchent à tirer le plus de profit ou à minimiser leurs coûts de par leur localisation. Ces coûts sont fonction de la distance au pôle d'attractivité (la ville) mais aussi des variables exogènes propres à chaque agent économique.

1.4. Théorie des lieux centraux (1932)

Amorcée par Reynaud en 1841 et véritablement développée par Christaller en 1932 (Brunet et Dollfus, 1990), la théorie des lieux centraux postule que la répartition des villes dans l'espace, leur taille et leur nombre sont fonction du niveau de service qu'elles proposent ainsi que de la population intéressée par ces services. Cette théorie repose sur une hiérarchisation des centres urbains (*cf.* figure 3) du fait de la présence de différents niveaux de services (Pumain, 2004). Chacun des niveaux est caractérisé par une distance que le consommateur consent à parcourir pour se procurer le service (c'est la portée associée aux différents services) et par un volume nécessaire de clientèle pour que le service soit rentable.

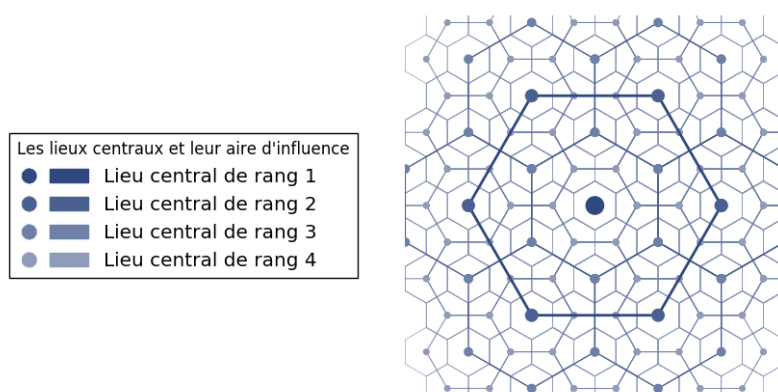


Figure 3 Organisation d'un réseau de villes dans l'espace selon Christaller

La théorie des lieux centraux repose sur plusieurs hypothèses (Banos et al., 2011). En premier lieu, l'espace considéré est isotrope ce qui implique nécessairement que la population et les ressources soient uniformément distribuées. De plus, les consommateurs sont supposés identiques avec un comportement qui vise à maximiser les services auxquels ils peuvent avoir accès. Par ailleurs, l'espace selon Christaller est caractérisé par des prix fixes et une concurrence parfaite entre les producteurs. Les coûts de transport sont à la charge des consommateurs. Les producteurs de services ayant une portée équivalente sont supposés se regrouper dans les mêmes centres. Enfin, un lieu central d'un certain niveau produit aussi les services des niveaux inférieurs. Par exemple, si on admet qu'il existe deux niveaux, le niveau 2 produit certains services et le niveau 1 produit ceux du niveau 2 plus ceux propres à son niveau.

Ces différentes hypothèses sont à l'origine de la répartition des villes telle que théorisée par Christaller. D'une part, dans ce modèle, les consommateurs ont tendance à minimiser leur coût de transport et donc à favoriser les services disponibles dans les villes les plus proches. D'autre part, comme les producteurs de portée équivalente se regroupent dans les mêmes centres, il existe un nombre limité de centres de production. Cela implique également que les producteurs soient

régulièrement espacés. Finalement cela se traduit par un nombre assez important de petits centres urbains offrant des services relativement répandus. En suivant la hiérarchie urbaine et en remontant au niveau le plus élevé, le nombre de centres diminue. Ils sont de plus en plus espacés et les services proposés sont à la fois les services rares mais aussi ceux des niveaux inférieurs.

Plusieurs limites ont été relevées pour ce modèle. En premier lieu, le centre choisit n'est pas forcément le plus proche. En effet, lorsqu'un consommateur se rend dans une ville offrant un service rare, il peut aussi profiter des services plus communs et optimiser ainsi ses coûts de transport. Par ailleurs, si plusieurs auteurs relèvent une bonne correspondance entre la théorie de Christaller et la réalité (Shuper, 1999), dans certains cas et pour certains services cette organisation spatiale est moins respectée. Cela est d'autant plus vrai depuis l'après-guerre (Pumain, 2004) où la notion de proximité entre lieu de production et lieu de distribution s'est peu à peu effacée. Néanmoins, on trouve encore aujourd'hui une telle organisation pour certains services et commerces spécifiques.

La théorie des lieux centraux nous amène encore une fois à considérer le rôle clé de la distance dans les stratégies de localisation. Christaller met en avant le fait qu'une ville offrant un niveau de service particulier doit être espacée d'une distance minimale d'une autre ville offrant le même niveau de service. L'espace interstitiel est occupé par des villes proposant un niveau de service moindre. Ce niveau de service permet de délimiter des zones d'attractivité autour des différents pôles urbains considérés par Christaller : c'est ici le facteur déterminant l'attraction qu'exerce une ville sur son environnement. Plus le niveau de service est élevé, plus les aires d'attraction et donc le nombre de personnes attirées par ces services est important. En considérant cette théorie du point de vue des déplacements, cela signifie que les centres urbains les plus importants et les plus proches d'une personne, attirent plus de déplacements du fait d'un nombre de services proposés plus conséquent.

1.5. Apports de l'économie spatiale pour la modélisation de la demande de transport

L'étude des déplacements n'est pas l'objet principal des différents modèles présentés jusqu'ici. Néanmoins, ils constituent une base théorique pour la modélisation de la demande de transport et en particulier pour la génération et la distribution des déplacements. Les différentes stratégies de localisation des activités mises en avant dans ces modèles sont similaires à celles qui régissent les déplacements.

En effet, l'hypothèse sous-jacente à l'ensemble de ces modèles est toujours une hypothèse de rationalité. Si on reprend le modèle de Von Thünen, un agriculteur définit la localisation optimale de son exploitation de telle manière à ce que la vente de ses marchandises couvre les coûts de transport et de production. L'agriculteur a donc un comportement rationnel dans le choix de la localisation de son exploitation. Ce comportement commun à tous ces modèles se retrouve dans les modèles statiques de simulation de la demande de transport où les individus font aussi des choix de déplacement de manière rationnelle.

Ces modèles formulent des interrelations entre transports (réduits à leurs coûts) et localisation des activités sous l'effet d'un pôle d'attractivité. Dans tous les modèles, l'espace est composé d'un ou plusieurs pôles d'attractivité dont les caractéristiques (la population, le niveau de prix des biens sur le marché ou encore le niveau de service) structurent l'espace environnant. Dans cette configuration, les transports qui jouent le rôle de lien entre le pôle d'attractivité et les activités, conditionnent la

localisation des activités. Plusieurs auteurs ont également montré que la localisation des activités guide le développement des transports (Bois, 2017 ; Joignaux & Verny, 2004). Ainsi, les choix de localisation des activités correspondent aussi à des choix de déplacements. Les activités sont localisées de telle manière à ce que le coût de transport et donc que les déplacements des agents économiques (personnes ou biens), permettent de minimiser les coûts et de maximiser les profits.

Les modèles de localisation des activités sous-entendent donc des déplacements régis par des lois économiques basées sur une hypothèse de rationalité où chaque agent économique cherche à minimiser ses coûts et à maximiser son niveau de profits. Dans le prolongement de ces premiers modèles, plusieurs auteurs proposent un fonctionnement des flux basé sur une analogie avec les lois de gravitation (Newton).

2. Modélisation gravitaire

Les modèles gravitaires s'inscrivent dans le prolongement des modèles de localisation des activités. Leur formulation est souvent attribuée à Reilly en 1929. Avant lui, d'autres auteurs ont exprimé un fonctionnement gravitaire des flux (Brunet et Dollfus, 1990). Par exemple, en 1885, Ravenstein dans un texte intitulé « The Laws of Migration » (Ravenstein, 1885) étudie les flux migratoires entre les différents comtés du Royaume-Uni. Il émet l'hypothèse que les grandes villes industrielles exercent une force d'attraction sur la population. Cette force est constatée proportionnelle à la distance. Sans en donner une formulation mathématique, Ravenstein pose les bases du modèle gravitaire (Bahoken, 2013). De la même manière, lorsque Levasseur étudie les caractéristiques de la population française en 1889 (Levasseur, 1889a, 1889b, 1889c), il met en avant un phénomène de concentration de la population autour des villes industrielles et des ports de l'époque. Il constate en effet que l'augmentation de la population « *est, en général, plus rapide dans les très grandes villes que partout ailleurs et que l'attraction morale qu'exercent ces villes peut être comparée à l'attraction de la matière, laquelle est proportionnelle à la masse.* » (Levasseur, 1889a, Chapitre VI, p 468). Là encore, il est l'un des premiers à avoir l'intuition que des lois de type gravitaire régissent l'attraction des populations vers les villes en fonction des activités qu'elles peuvent offrir. Ce n'est qu'en 1929, que Reilly traduit ces intuitions sous la forme d'équations mathématiques donnant ainsi naissance à une première famille de modèles gravitaires basée sur les interactions entre couples. Un peu plus tard, on note l'émergence d'une seconde famille basée sur les interactions entre toutes les entités.

2.1. Modèles gravitaires basés sur les interactions entre couples d'entités

Reilly est le premier à formuler et à appliquer un modèle gravitaire aux champs de l'économie et du commerce. Celui-ci est utilisé pour comparer et déterminer les zones de chalandises de deux villes dont les commerces sont en concurrence. À la différence d'autres modèles (comme le modèle de Huff abordé dans la section 2.2 de ce chapitre), ce modèle se limite à l'échelle inter-urbaine.

Le cadre spatial construit par Reilly est le suivant. Un territoire est composé de deux grandes villes et d'une multitude de villes intermédiaires. Reilly suppose que les échanges entre ces deux villes et chacune des villes intermédiaires se font en proportion de la population des deux grandes villes et de l'inverse du carré de la distance entre les deux grandes villes et chacune des villes intermédiaires. Mathématiquement le modèle de Reilly se formule ainsi (Huff, 1962) :

$$\frac{E_a}{E_b} = \left(\frac{P_a}{P_b}\right) \left(\frac{d_{bi}}{d_{ai}}\right)^2 \quad 1$$

Avec :

- E_a , la proportion des échanges venant de la ville intermédiaire attirés par la ville a ;
- E_b , la proportion des échanges venant de la ville intermédiaire attirés par la ville b ;
- P_a , la population de la ville a ;
- P_b , la population de la ville b ;
- d_{ai} , la distance entre la ville intermédiaire i et la ville a ;
- d_{bi} , la distance entre la ville intermédiaire i et la ville b .

Cette formule permet de déterminer les proportions des échanges d'une ville quelconque de l'espace vers les deux villes principales. Une adaptation de l'équation 1 permet de délimiter les aires d'attraction de chacune des deux villes, c'est-à-dire les points pour lesquels la proportion des échanges avec chacune des deux villes est égale (i.e. $E_a = E_b = 50\%$). Ce point est obtenu grâce à la formule suivante :

$$d_{bi} = \frac{d_{ab}}{1 + \sqrt{\frac{P_a}{P_b}}}$$

Avec :

- d_{bi} , la distance du point de rupture à la ville b ;
- d_{ab} , la distance entre la ville a et la ville b ;
- P_a , la population de la ville a ;
- P_b , la population de la ville b .

Cependant cette approche laisse à penser qu'il existe une frontière entre les zones de chalandise associées à chacune des deux villes ce qui n'est pas réellement le cas. En effet, même au plus proche de la première ville principale, il existe une faible probabilité d'échanges avec l'autre ville principale de l'espace. Le modèle de Reilly est également utilisé pour déterminer des zones de chalandise à l'intérieur d'une ville. Dans ce cas, la population est remplacée par les surfaces commerciales. L'exposant sur la distance est quant à lui conservé égal à deux.

De cette première formulation de Reilly est née la famille des modèles gravitaires basée sur les interactions entre un couple d'entités (Josselin et al., 2019). Cette famille de modèles est une transposition de la loi d'attraction des masses de Newton aux domaines de l'économie, de la géographie et des transports (Dobruszkes et Marissal, 2002). Une formulation simple du modèle gravitaire est la suivante :

$$T_{ij} = k \times \frac{(M_i \times M_j)}{d_{ij}^\beta} \quad 2$$

Avec :

- i , la zone ou l'entité de départ ;

- j , la zone ou l'entité de destination ;
- T_{ij} , est le potentiel d'interaction entre i et j . Selon, les variables utilisées pour les potentiels d'émission et d'attraction, cela peut être un flux de biens, de personnes ou d'informations ;
- k , est une constante d'ajustement ;
- M_i , est la masse de i , on parle aussi de potentiel d'émission de i ;
- M_j , est la masse de j , on parle aussi de potentiel d'attraction de j ;
- d_{ij} , est la distance entre i et j . La distance la plus communément utilisée est la distance euclidienne. Selon les cas, on peut aussi définir une distance temps, un coût ou faire le calcul avec une métrique autre qu'euclidienne (Josselin et Nicot, 2003) ;
- β , est un coefficient de friction (ou facteur de résistance) sur la distance. Ce facteur permet de moduler l'impact de la distance sur les flux.

Cette première classe de modèles gravitaires présente l'avantage de nécessiter peu de variables ce qui facilite sa mise en œuvre. Cependant, cette simplicité de formulation et la faible quantité de données nécessaires à son application, constituent aussi son principal inconvénient. Le modèle gravitaire est utilisé dans de nombreux domaines comme l'économie, le commerce, la géographie ou, comme on le verra par suite, les transports. Dans chacun des cas, on souhaite reproduire des phénomènes humains complexes (par exemple dans le cas de Reilly, les zones de chalandises de deux villes concurrentes) par un modèle simple. Par cette simplicité, le modélisateur postule que le phénomène qu'il cherche à reproduire est lié uniquement ou en grande partie aux variables prises en compte dans les potentiels d'émission et d'attraction (souvent la population associée aux différentes zones). Les autres facteurs sont donc négligés ou supposés avoir un impact moindre sur le phénomène. Cependant, la plupart des phénomènes que l'on cherche à reproduire grâce à ces modèles sont complexes et dépendent de multiples facteurs. Cette simplicité de formulation rend donc les modèles gravitaires très réducteurs dans le sens où ils ne reproduisent que la partie du phénomène explicable par la ou les variables utilisées comme potentiels d'émission ou d'attraction (Dobruszkes et Marissal, 2002).

Ainsi formulée, la relation entre les deux entités étudiées est symétrique dans le cas où les potentiels d'émission sont équivalents aux potentiels d'attraction (*e.g.* lorsqu'on utilise la population comme potentiel d'émission et d'attraction). Dans ces conditions, le flux entre i et j est donc le même que celui entre j et i . Or, en réalité, cette propriété ne se vérifie que très rarement. Les flux sont en majorité asymétriques (Josselin et al., 2019). Un autre défaut du modèle gravitaire - tel que formulé dans l'équation 2 - réside dans la prise en compte des distances. En effet, comme on définit l'interaction entre deux entités comme le produit des masses divisé par la distance qui les sépare, une petite distance est synonyme de flux très importants. Cela est d'autant plus problématique que le modèle ne garantit pas les contraintes aux marges. De cette manière, si on connaît la somme des flux sortant et la somme des flux entrant sur chaque entité, le modèle ne garantit pas que la somme des flux simulés corresponde aux flux observés (Josselin et al., 2019).

Lors du calage du modèle gravitaire, le modélisateur donne une interprétation des résidus observés. Ceux-ci sont de différentes natures. Le fait d'utiliser une unique variable pour tenter de reproduire un phénomène est de nouveau source de difficultés. En effet, le modèle fait sciemment l'impasse sur les autres facteurs explicatifs du phénomène. Une des solutions pour pallier à ce problème est de construire une approche gravitaire désagrégée avec un modèle gravitaire pour chaque segment du potentiel d'attraction et du potentiel d'émission. Cependant, on perd ici une partie de la simplicité du modèle original. Par ailleurs, comme l'indiquent Pumain et Saint-Julien, les modèles de

gravité « *permettent d'estimer les flux qui seraient échangés par les villes s'ils ne dépendaient que de leur population et des distances qui les séparent* » (Pumain et al., 1989). Or, d'autres facteurs sont responsables de la distribution des flux comme par exemple les effets de barrières ou les configurations spatiales propres à l'espace d'étude. Ces éléments expliquent une partie des écarts observés entre les résultats d'un modèle gravitaire et les flux réels (Bonnefoy et al., 1996).

Un autre intérêt du modèle gravitaire est son domaine de validité. Parrochia indique que l'analogie gravitaire et par extension les modèles qui en découlent, ont été appliqués aussi bien à des échelles très locales (à l'échelle d'une ville et de sa périphérie) qu'à des échelles plus globales (à l'échelle d'un ou plusieurs pays) (Parrochia, 2006). Cela confère à la modélisation gravitaire un large champ d'application possible.

Cependant, les modèles gravitaires basés sur les interactions entre couples d'entités n'incluent pas la prise en compte des relations potentielles avec les autres entités de l'espace. Les modèles gravitaires basés sur les interactions avec l'ensemble des entités permettent de lever cette limite.

2.2. Modèles gravitaires basés sur les interactions avec l'ensemble des entités

Cette seconde classe de modèles permet de lever plusieurs des limites des modèles gravitaires basés sur l'interaction entre un couple d'entités. Dans ce second groupe, les relations entre les entités incluent une prise en compte des relations avec les autres entités. Il en existe de nombreux exemples dont notamment le modèle de Huff et celui de Wilson.

Huff propose un modèle permettant de déterminer le nombre de consommateurs potentiels se rendant dans une zone commerciale en milieu intra-urbain (Huff, 1962). Ce modèle se formule ainsi :

$$P_{ij} = \frac{u_j}{\sum_{j=1}^n u_j} = \frac{\frac{S_j}{d_{ij}^\beta}}{\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{d_{ij}^\beta}} \quad 3$$

Avec :

- i , est la zone ou l'entité de départ. Dans le modèle de Huff il s'agit de zones caractérisées par un nombre de consommateurs ;
- j , est la zone ou l'entité de destination. Dans le modèle de Huff il s'agit de centres commerciaux ;
- P_{ij} , est la probabilité qu'un consommateur à un point d'origine i se rende au centre commercial j ;
- u_j , la fonction d'utilité associée au centre commercial j . Cette utilité est fonction de deux facteurs : la taille des centres commerciaux (notée S_j pour le centre commercial j) et la distance entre le centre commercial et le consommateur (notée d_{ij}). Huff exprime cette distance en temps de trajet ;
- β , est un paramètre à estimer qui reflète une résistance au déplacement lié à la distance. Plus ce paramètre est élevé plus les consommateurs ont tendance à se rendre dans des centres commerciaux proches de leur point de départ. À l'inverse si ce paramètre est petit,

les consommateurs peuvent se rendre dans des centres commerciaux plus éloignés avec une plus forte probabilité. Ce paramètre doit être calé sur les données réelles et en fonction du type de commerce visité.

Pour un centre commercial j , le nombre de consommateurs E_{ij} attendus venant de i est proportionnel au nombre de consommateurs C_i vivant en i et à la probabilité P_{ij} calculée précédemment. On a :

$$E_{ij} = P_{ij} \times C_i = \frac{\frac{S_j}{d_{ij}^\beta}}{\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{d_{ij}^\beta}} \times C_i \quad 4$$

Un élément intéressant de cette approche développée par Huff, est qu'un consommateur a toujours une probabilité, même infime, de se rendre dans chacun des centres commerciaux à sa disposition. Ce modèle n'implique pas de choisir un centre commercial en particulier au détriment de tous les autres. Par ailleurs, cette approche probabiliste permet de respecter les contraintes aux marges pour les flux émis. La somme des probabilités étant de 1, la somme des flux de consommateurs émis par une zone est donc égale au nombre de consommateurs vivant dans la zone. Enfin, la probabilité de se rendre dans un centre commercial j est fonction des caractéristiques S_j du centre commercial considéré, de la distance d_{ij} à ce centre commercial mais aussi des caractéristiques et des distances à tous les autres centres commerciaux. Le modèle de Huff, est donc un modèle gravitaire tenant compte de l'ensemble des opportunités (ici en termes de commerces) disponibles sur le territoire d'étude pour estimer la probabilité et par extension le flux entre un couple d'entités (ici constitué d'une zone regroupant des consommateurs et d'un centre commercial).

Le modèle de Huff reprend la simplicité de formulation des modèles gravitaires. On retrouve ainsi certaines limites déjà évoquées. Dans l'équation 4 (page 26), le potentiel d'attractivité est retranscrit à travers la fonction d'utilité et en particulier par la variable S_j . Cette fonction d'utilité est le seul facteur déterminant le choix des consommateurs de se rendre dans un centre commercial plutôt que dans un autre. Le modèle de Huff est donc tout aussi réducteur que les modèles gravitaires basées sur les interactions entre couples d'entités.

Dans le prolongement, Wilson développe un modèle gravitaire sous contraintes incluant une normalisation des valeurs en fonction des flux totaux émis et attirés par les zones de départ et d'arrivée (Wilson, 1971). Ce modèle se formule de la manière suivante :

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j f(d_{ij})$$

Avec :

- i , la zone ou l'entité de départ ;
- j , la zone ou l'entité de destination ;
- T_{ij} , est le potentiel d'interaction entre i et j ;
- A_i et B_j sont des coefficients remplaçant le coefficient k de l'équation 2 (page 23) ;
- O_i , est le flux total sortant de la zone i ;

- D_j est le flux total arrivant dans la zone j ;
- d_{ij} , est la mesure de la distance.

Dans ce modèle, les coefficients A_i et B_j sont calculés de manière à satisfaire les contraintes aux marges, ce qui lève une des limites de la première famille de modèles gravitaires. Cela constitue aussi une avancée par rapport au modèle de Huff dans la mesure où les contraintes aux marges sont incluses dans le modèle autant pour les flux émis que pour les flux attirés.

Néanmoins, on retrouve les mêmes limites que précédemment. Le modèle garde une formulation assez simple et ne peut donc reproduire la totalité d'un phénomène.

2.3. Apport de la modélisation gravitaire pour la modélisation de la demande de transport

Les modèles gravitaires se situent dans le prolongement des modèles de la localisation des activités. Tout comme ces modèles, il s'agit de modèles statiques qui établissent une relation d'attraction entre deux masses souvent une population et des activités.

On peut cependant relever des différences entre ces deux catégories de modèles et notamment au niveau des lois utilisées pour définir les interactions entre les entités. Les lois inhérentes aux modèles de la localisation des activités sont des lois de type économique basées sur la rationalité des agents impliqués dans les modèles. Celles découlant des modèles gravitaires sont des lois de type gravitaire adaptées à des problématiques liées à l'économie. L'attractivité d'un pôle n'est donc plus uniquement guidée par des considérations économiques mais par une loi analogue à la formule de l'attraction universelle de Newton. Pour reprendre la formulation de Brunet et Dolfus, « *tout se passe comme si tout lieu dans l'espace géographique exerçait sur les autres une attraction en fonction directe de sa masse et en fonction inverse de la distance qui les sépare de lui* » (Brunet et Dollfus, 1990).

Dans la modélisation gravitaire, tout comme pour la localisation des activités, les déplacements ne sont pas l'objet principal des modèles. Ici, les modèles gravitaires permettent de déterminer un potentiel d'interaction entre deux lieux. Ce potentiel est un flux de consommateurs dans le cas des modèles de Reilly et de Huff. On a alors implicitement déterminé des déplacements entre des origines (là où vivent les consommateurs considérés) et des destinations (les commerces ou les villes qui accueillent ces commerces). En généralisant ce modèle à d'autres domaines, on peut donc déterminer des déplacements pour le travail, les loisirs ou d'autres motifs. En ce sens, ils constituent une première étape pour la modélisation de la demande de transport. En effet, ils permettent de répondre aux questions du nombre et de la distribution de ces déplacements. Pour que la modélisation de la demande de transport soit complète, il est nécessaire de connaître le mode de transport utilisé et les itinéraires empruntés. C'est justement ce qui est fait dans la démarche de modélisation à quatre étapes.

3. Modélisation à quatre étapes

Dans les années 1950 se développe la famille des modèles statiques de prévision de la demande de transport majoritairement à travers l'approche à quatre étapes. Ces modèles, inventés aux Etats-Unis, ont surtout été très utilisés des années 1950 à 1980. Malgré l'émergence d'autres approches, ils

gardent aujourd'hui une place importante dans le paysage de la modélisation des déplacements (Commenges, 2013b). Ces modèles ont pour objet principal la détermination de la demande de déplacement ou de trafic sur un réseau (Costeseque, 2013).

Le principe de la modélisation statique à quatre étapes est de faire se succéder de manière séquentielle quatre étapes de modélisation : la génération, la distribution, le choix modal et l'affectation. Chacune de ces étapes correspond à un des choix que doit effectuer un individu pour se déplacer (Bonnel, 2002). La génération vise à répondre à la question du nombre de déplacements émis et attirés par chacune des zones du territoire d'étude. La distribution, consiste à répartir les flux émis et attirés pour construire une matrice origine-destination des déplacements. Il s'agit alors de répondre à la question des origines et des destinations entre lesquels s'effectuent les déplacements. La troisième étape, dite de choix modal, correspond au choix du mode de déplacement (quel mode de déplacement est utilisé pour se rendre de l'origine à la destination du déplacement ?). Enfin, l'affectation consiste à déterminer les itinéraires empruntés pour relier l'origine à la destination des déplacements (quels tronçons du réseau les flux empruntent-ils ?).

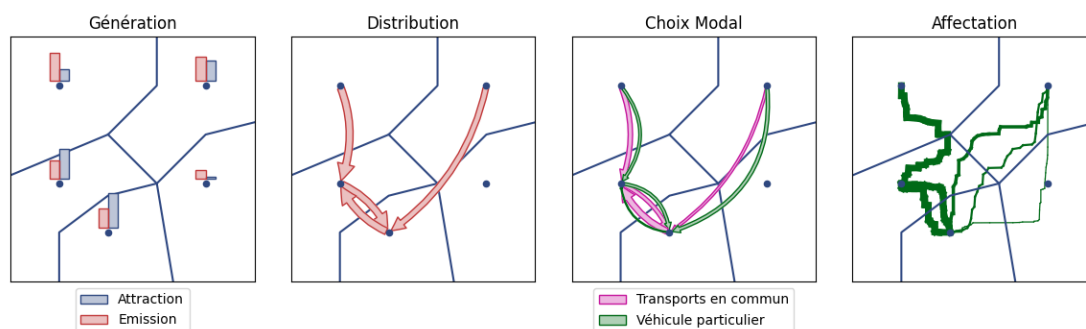


Figure 4 La chaîne de modélisation à quatre étapes

Les modèles à quatre étapes nécessitent deux grandes catégories de données d'entrée. La première est un ensemble de variables traduisant la possibilité d'un territoire ou d'une partie de celui-ci à générer ou attirer des déplacements. Ce sont ces variables qui sont injectées en entrée de l'étape de génération de la demande de déplacements. Le deuxième input est une description du système de transport c'est-à-dire une description des caractéristiques physique du support des flux (Geurs et van Wee, 2004).

Les modèles à quatre étapes sont essentiellement des modèles agrégés reposant sur la rationalité des individus. Ces derniers cherchent à maximiser leur utilité c'est-à-dire que face à plusieurs alternatives, ils sont supposés toujours choisir la plus intéressante d'un point de vue de l'utilité. Cette hypothèse est similaire à celles guidant les modèles de la localisation des activités.

Chacune des étapes peut être considérée comme un modèle à part entière. Certains auteurs préfèrent donc parler de « modélisation à quatre étapes ». Ce qui est communément appelé modèle à quatre étapes correspond finalement à une chaîne de modélisation faisant se succéder plusieurs sous-modèles permettant de retracer la séquence de choix amenant à un déplacement. Dans la suite de cette thèse, on utilisera indifféremment les deux appellations (Commenges, 2013b). Néanmoins, cette remarque est importante notamment pour l'étude des limites de la modélisation à quatre étapes.

Avant d'aborder les limites de cette approche, il convient d'exposer les principaux modèles développés pour chacune des étapes (cf. figure 5): génération, distribution, choix modal et affectation.

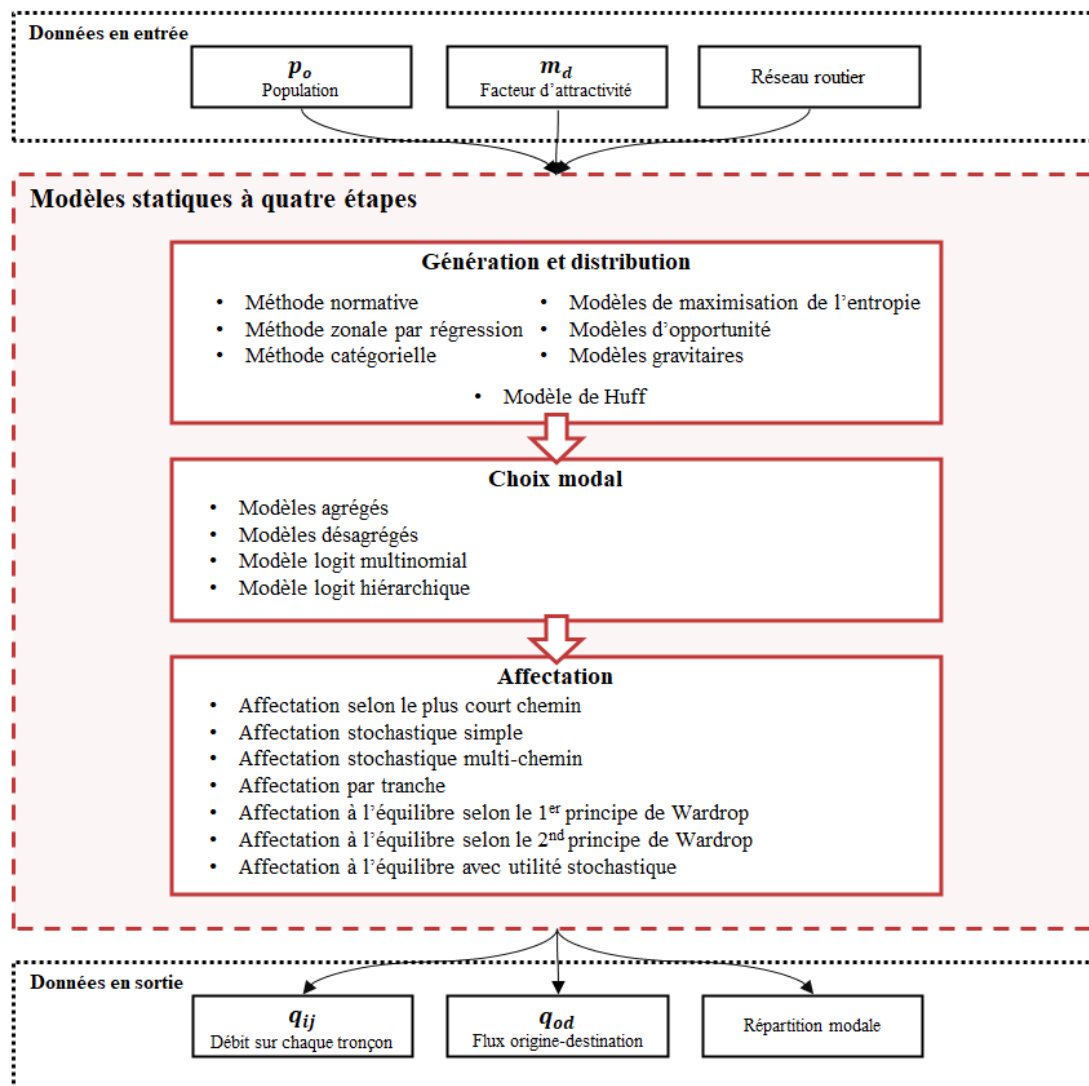


Figure 5 Liste non-exhaustive des sous-modèles des chaînes de modélisation à quatre étapes

3.1. Approche gravitaire de la génération et de la distribution des déplacements

À l'origine, seules les deux premières étapes composaient le processus de modélisation de la demande de transport. Commenges note que ces deux étapes ont peu évolué depuis les premiers modèles (Commenges, 2013b).

L'étape de génération peut être réalisée par une méthode normative (tous les individus ont un comportement moyen et unique), par une méthode zonale par régression (tous les individus d'une même zone ont un comportement moyen et unique) ou par une méthode catégorielle (tous les individus d'une même catégorie ont un comportement moyen et unique). La méthode choisie doit être appliquée à chaque motif de déplacement étudié, en changeant les variables d'entrée en fonction de

ces motifs. Ces variables d'entrée dépendent des motifs étudiés (achat, étude, etc.) ainsi que des données à disposition.

Les modèles de distribution des déplacements se catégorisent en plusieurs familles. La famille des modèles de maximisation de l'entropie se base sur une hypothèse d'équiprobabilité des déplacements. Ainsi, on suppose les déplacements vers chacune des destinations équiprobables à moins que l'on ne dispose d'informations attestant le contraire. Le principe est donc de déterminer la matrice origine-destination qui satisfasse les connaissances que l'on a de l'ensemble des déplacements. Dans la famille des modèles d'opportunité, les individus choisissent la destination la plus proche de leur lieu d'origine ainsi que celle qui leur offre l'opportunité de satisfaire leurs besoins. Ce modèle présente l'avantage de pouvoir calculer des déplacements intrazonaux.

Enfin, sur la base du modèle de Reilly, il est possible de construire un modèle gravitaire permettant de distribuer les flux entre origines et destinations. Pour l'application aux transports, les attributs de population et de distance sont remplacés par des attributs de masses et de friction. Les masses, sont les déplacements émis et attirés par chacune des zones et sont issues du modèle de génération. La friction est retranscrite sous la forme d'un temps ou d'un coût généralisé.

La formulation du modèle gravitaire appliqué aux transports est la suivante :

$$T_{ij} = k \cdot E_i \cdot A_j \cdot f(C_{ij})$$

Avec :

- T_{ij} , est le flux de déplacements entre les zones i et j ;
- k , un coefficient à caler ;
- E_i , est le flux total émis par la zone i ;
- A_j , est le flux total attiré par la zone j ;
- $f(C_{ij})$, est une fonction du coût généralisé à déterminer. Cette fonction est aussi appelée fonction de résistance (Bonnell, 2002) ou fonction d'impédance (CERTU, 2003). Elle prend soit la forme d'une fonction puissance ($f(C_{ij}) = C_{ij}^{-b}$), d'une fonction exponentielle ($f(C_{ij}) = \exp(-bC_{ij})$), ou d'une fonction combinée exponentielle et puissance ($f(C_{ij}) = C_{ij}^{-a} \times \exp(-bC_{ij})$). a et b étant des coefficients à caler. Le coût généralisé C_{ij} est calculé à partir d'autres variables et notamment la distance ou le coût du transport.

Selon Béguin (Béguin et Pumain, 2014) le modèle gravitaire compte parmi ceux reproduisant le mieux la distribution géographique des flux entre plusieurs zones d'importance différente tout en conservant une simplicité de formulation. Cette simplicité est, comme on l'a exposé précédemment source d'erreurs ou de difficultés notamment en situation de calage.

Il existe aussi des modèles agrégeant les étapes de génération et de distribution. Ainsi, en modifiant le modèle de Huff comme suit, il est possible de produire une matrice Origine-Destination des déplacements résultat des étapes de génération et distribution :

$$T_{ij} = p_i \times O_{ij} = \frac{\frac{M_j}{d_{ij}^\beta}}{\sum_{j=1}^n \frac{M_j}{d_{ij}^\beta}} \times p_i$$

Avec :

- T_{ij} , le flux entre i et j ;
- p_i , la population vivant en i ;
- O_{ij} , l'opportunité pour un individu vivant en i de se rendre en j ;
- M_j , le facteur d'attractivité associé à la zone j ;
- d_{ij} , la distance entre i et j ;
- β , le frein au déplacement.

Cette agrégation des deux premières étapes présente l'avantage de simplifier un peu plus le modèle à quatre étapes en réduisant le nombre de variables en entrée et le nombre de paramètres à caler. Toutefois, comme pour la modélisation gravitaire, cette simplicité est aussi une limite en situation de calage. Elle peut être considérée comme relativement réductrice des facteurs à prendre en compte dans la génération et la distribution des déplacements.

Une fois la demande de déplacement générée et distribuée, l'étape suivante est celle du choix modal.

3.2. Choix modal

L'étape de choix modal a fait l'objet de nombreux développements depuis l'émergence de la modélisation à quatre étapes dans les années 1950. Elle se place généralement après les étapes de génération et de distribution de la demande de transport et consiste en un éclatement de la matrice origine-destination en autant de matrices qu'il y a de modes de transport étudiés.

Pour déterminer le choix du mode de transport, on se base sur plusieurs facteurs : la nature et la qualité de l'offre de transport, les caractéristiques du déplacement ou encore les caractéristiques de l'individu. Tous ces éléments peuvent amener les individus à modifier leur choix de mode de transport.

Les modèles de choix modal se divisent en deux catégories : les modèles agrégés (pour lesquels on suppose que les individus d'une même zone ont tous le même comportement) et les modèles désagrégés (où chaque individu a son propre comportement). Plusieurs familles de modèles se distinguent au sein de ces deux catégories.

Les plus communes sont celles des modèles logit multinomial et des modèles logit hiérarchiques. Dans ces modèles, une utilité est définie pour chacun des modes de transport. Celle-ci est fonction des caractéristiques sociodémographiques de chacune des zones du territoire d'étude ou des individus dans le cas d'une approche désagrégée. Pour chacun des modes, l'utilité permet de définir une probabilité d'utiliser ce mode de transport pour un trajet donné. Dans le cas d'un modèle agrégé, la part de marché du mode est égale à cette probabilité. Dans le cas d'un modèle désagrégé, la part de marché du mode est égale à la somme des probabilités individuelles d'utiliser ce mode.

Il est supposé que chacun des modes de transport est indépendant, c'est-à-dire que les paramètres qui les définissent ne sont pas liés. Dans le cas où l'indépendance est difficile à établir, les modèles sont emboîtés. Ainsi au lieu d'avoir à effectuer un choix entre le mode voiture, bus ou tramway, le choix est dans un premier temps effectué entre la voiture et les transports en commun et dans un second temps, s'il y a lieu, entre le bus et le tramway. Une fois la répartition modale effectuée, il reste à déterminer l'itinéraire des déplacements.

3.3. Affectation de la demande de transport

La dernière étape du modèle à quatre étapes est celle de l'affectation. Elle doit produire pour chaque arc du réseau (correspondant à chaque mode étudié) la charge. Comme pour l'étape de choix modal, de nombreux modèles ont été développés depuis l'émergence de la modélisation à quatre étapes. Selon Bonnel, les modèles d'affectation se classent selon deux dimensions : la prise en compte ou non des contraintes de capacité et la prise en compte d'une utilité déterministe ou d'une utilité probabiliste (Bonnel, 2002). Les modèles se classifient en plusieurs familles.

Le modèle le plus simple est l'affectation selon le plus court chemin. Dans ce cas, la totalité de la charge est affectée sur les plus courts chemins entre chaque couple origine-destination sans contrainte de capacité.

Dans l'affectation stochastique simple ou multi-chemin, il est considéré que tous les individus ne perçoivent pas le coût d'un chemin de la même manière. Ainsi les chemins les plus courts sont déterminés en fonction de cette perception du coût et l'affectation se fait là aussi sans contrainte de capacité.

Dans l'affectation par tranche, le trafic est affecté par tranches successives en utilisant des courbes débit-vitesse². Après l'affectation de chaque tranche, le coût généralisé de chaque lien est recalculé pour prendre en compte la charge déjà affectée sur chaque tronçon routier ou arc. Dans cette méthode, les capacités de chaque arc sont prises en compte mais l'approche reste statique.

L'affectation à l'équilibre avec contrainte de capacité est régie par l'un ou l'autre des deux principes de Wardrop (Wardrop, 1952). Dans le premier cas, il est visé une situation d'équilibre où aucun individu ne peut réduire le coût de son déplacement en changeant d'itinéraire. Dans le second cas, il est supposé qu'à l'équilibre, le coût global de transport est minimisé pour la collectivité. L'affectation est réalisée grâce à un processus itératif avec l'algorithme de Frank-Wolfe.

Enfin, avec l'affectation à l'équilibre avec utilité stochastique, il est supposé que chaque conducteur a sa propre perception du coût global du trajet. L'affectation est ensuite réalisée selon le premier principe de Wardrop. Chaque individu cherche donc à minimiser le coût qu'il perçoit de son trajet (celui-ci étant différent du coût réel pris en compte dans la précédente méthode).

En sortie de cette étape, et donc de la chaîne de modélisation à quatre étapes, on obtient la charge sur les arcs de chacun des réseaux de transport étudiés.

² Ces courbes sont abordées plus en détails dans la partie concernant les modèles macroscopiques de simulation du trafic (cf. section 2.1 du chapitre 2 de cette partie).

3.4. Limites de la modélisation à quatre étapes

Les modèles à quatre étapes présentent un certain nombre de limites liées à leurs hypothèses et à leur structure modulaire (Bonnell, 2002 ; CERTU, 2003). Ces critiques apparaissent dès les années 1970 ce qui conduit à une moindre utilisation de ces types de modèles.

Une première hypothèse des modèles à quatre étapes est que l'ensemble des choix à effectuer pour faire un déplacement se fait de manière séquentielle selon l'ordre suivi par les modèles (choix de se déplacer ou non, choix de la destination, choix du mode de déplacement, choix de l'itinéraire). Cette hypothèse peut être remise en question dans la mesure où il n'est pas évident qu'un individu effectue cet ensemble de choix dans cet ordre et notamment pour les motifs de déplacement faiblement contraints (motif achat ou loisir). Pour les motifs tels que le travail ou les études, la séquence de choix adoptée est proche de la réalité. Par ailleurs, l'approche séquentielle est une simplification importante de l'ensemble des facteurs explicatifs des comportements de mobilité. Les modèles à quatre étapes ne prétendent donc pas retranscrire toute la complexité des décisions amenant à un déplacement mais plutôt un comportement moyen (Masson, 1998). Ce dernier aspect est aussi renforcé par la nature agrégée de la plupart des modèles à quatre étapes. Le modélisateur définit un individu ou un ménage moyen dont il détermine la demande de transport.

Le coût (ou temps) généralisé est une variable centrale des étapes de distribution, de choix modal et d'affectation. Cet indicateur est construit en agrégeant coût et temps de transport. Il permet d'arbitrer le choix de la destination, du mode de transport ou de l'itinéraire. L'utilisation et la définition de cette variable pose plusieurs questions. En premier lieu, le modélisateur doit veiller à la définir de la manière la plus juste possible tant le modèle sera sensible à cette définition. En second lieu, le coût (ou temps) généralisé ne prend pas en compte le comportement des individus ainsi que les bénéfices que ceux-ci peuvent tirer d'un déplacement. Il ne traduit donc que certains aspects négatifs du transport (Héran, 2009 ; Poulit, 1973). L'individu choisit à chaque fois la solution comme étant la moins mauvaise du point de vue du coût généralisé et non celle lui procurant le plus de bénéfices (Bonnaïfous et Masson, 2003).

D'autre part, cette utilisation systématique du coût généralisé dans l'ensemble de la chaîne de modélisation conduit à favoriser les infrastructures les plus rapides, lesquels sont au moment de l'émergence des modèles à quatre étapes essentiellement des infrastructures routières. Dans les années 1950, les modélisateurs élaborent des outils pour prioriser les investissements en infrastructures nouvelles dédiées à l'automobile. Une des réponses techniques est le développement des modèles à quatre étapes. Lors des simulations visant à justifier la construction d'une nouvelle infrastructure, celle-ci est dimensionnée plus capacitaire ou plus rapide. Cela lui assure un coût ou temps généralisé meilleur que celui des infrastructures existantes. De cette manière, le trafic affecté est plus important. Ainsi, les modèles à quatre étapes, au départ surtout utilisés dans un contexte routier, sont aussi vus comme des outils développés pour accompagner la croissance de l'automobile (Commenges, 2013b). L'utilisation du coût généralisé justifiant automatiquement la pertinence des nouvelles infrastructures du point de vue des flux.

Par ailleurs, et ce au moins pour le mode véhicule particulier, la définition du coût généralisé requiert de connaître la charge sur le réseau, c'est-à-dire le résultat de l'étape d'affectation. Il est donc nécessaire d'introduire des boucles de rétroaction à l'issue de l'étape d'affectation vers les étapes précédentes (étape de choix modal, de distribution et dans une moindre mesure sur l'étape de

génération). Les modèles à quatre étapes sont donc itérés de manière à prendre en compte la charge sur le réseau : une première itération est réalisée « à vide » (*i.e.* en supposant la charge sur le réseau nulle) et les itérations suivantes sont réalisées en tenant compte des sorties des itérations précédentes. Dans les premiers processus de modélisation à quatre étapes, ces itérations n'existent pas : chaque étape prend en entrée les sorties de l'étape précédente sans possibilité que ces résultats ne soient pris en compte dans les étapes précédentes. Par la suite, des itérations sur les trois dernières étapes sont introduites mais ne concernent pas la première étape de génération. Il est alors supposé que le choix de se déplacer ou non est indépendant des autres choix (choix de la destination, du mode de transport et de l'itinéraire). Cette absence d'itération sur l'étape de génération rend celle-ci indépendante du réseau de transport et des caractéristiques de coût ou de temps généralisé alors même que les caractéristiques de l'offre peuvent modifier les choix de déplacement. On notera que ces rétroactions sont peu souvent décrites dans les modèles à quatre étapes. Pourtant, elles sont essentielles pour obtenir un calage correct du modèle (CERTU, 2003).

Les modèles à quatre étapes tels que formulés précédemment ne prennent généralement pas en compte deux types de déplacements : ceux vers et depuis l'extérieur de la zone d'étude et ceux internes à chacune des zones. Ces flux peuvent être ajoutés à posteriori, mais se pose alors la question de la méthode pour les déterminer et de la cohérence de cette méthode avec le modèle de distribution choisi. Le zonage du site d'étude est donc un autre élément d'importance dans la modélisation à quatre étapes. Celui-ci impacte à la fois les flux interzones et intrazones. Du zonage doit résulter des zones homogènes d'un point de vue des activités et de la population, de préférence bornées par de grandes infrastructures de transport. Cela n'est pas toujours aisé car le zonage doit aussi être compatible avec les découpages effectués par les fournisseurs de données.

Chacune des étapes de la chaîne de modélisation à quatre étapes doit faire l'objet d'un calage particulier à partir des données d'enquêtes qui ont pu être recensées ou mises à disposition pour l'étude. Ces différents calages visent à déterminer les coefficients encore inconnus des différentes équations des modèles. Plusieurs difficultés peuvent être rencontrées au cours de cette opération. Un premier obstacle survient lors de l'analyse des résidus. Il s'agit d'en déterminer l'origine afin d'améliorer le calage des différents coefficients. Ces résidus peuvent provenir d'une étape particulière de la chaîne de modélisation à quatre étapes qu'il faut alors identifier. Cela peut être aussi dû à une insuffisance d'un ou de plusieurs modèles à reproduire les comportements de mobilité dans le contexte géographique ou sociétal du territoire d'étude. La seconde difficulté réside dans la détermination de ces coefficients en situation de prévision. Il n'est en effet pas possible de caler les coefficients en fonction des enquêtes puisque celles-ci n'existent pas. Il est donc d'usage, soit de prolonger les coefficients obtenus en situation de référence, soit d'établir plusieurs scénarios d'évolution de ces coefficients en imaginant les situations les plus extrêmes (généralement trois scénarios sont établis : un scénario basé sur une hypothèse basse, un scénario au fil de l'eau et un scénario basé sur une hypothèse haute).

Selon Commenges, la structure modulaire de la modélisation à quatre étapes (*cf.* figure5) ne permet pas un usage consistant de ces modèles. Par exemple, la chaîne de modélisation est dans certains cas réalisée par plusieurs organismes ou bureaux d'études aux compétences différentes. Elle ne peut aussi être mise en œuvre que partiellement, avec des modèles ne comprenant qu'une ou deux étapes de la chaîne de modélisation. Dans ce dernier cas, l'origine des données prises en entrée n'est pas bien connue (Commenges, 2013a). De ce fait, les itérations nécessaires au calage d'une chaîne de modélisation à quatre étapes ne sont pas réalisées. Par exemple, certains bureaux d'études ne réalisent que l'étape d'affectation sans avoir la possibilité de modifier les matrices origine-destination ou la

répartition modale qu'implique l'affectation. De même, lors des études de planification pour de nouvelles infrastructures, différents scénarios sont parfois testés pour l'affectation. Ceux-ci ne reconsidèrent généralement pas les matrices origine-destination ou la répartition modale. Pourtant, l'introduction d'une nouvelle infrastructure, c'est-à-dire une modification de l'offre de transport, peut changer les résultats des trois premières étapes.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé deux catégories de modèles de la géographie et de l'économie spatiale : les modèles de la localisation des activités et les modèles gravitaires. Les premiers expliquent la localisation des activités au travers de lois économiques basées sur des hypothèses de rationalité des agents économiques. Les seconds se basent sur des lois de type gravitaire dont la formulation est analogue à celle de l'attraction universelle de Newton.

Dans les deux cas, il s'agit de modèles statiques qui établissent des relations d'attraction entre deux masses le plus régulièrement une population et des activités. Ces relations sont à l'origine de l'approche statique de prévision de la demande de transport et plus particulièrement des étapes de génération et de distribution de la chaîne de modélisation à quatre étapes (*cf.* figure 6).

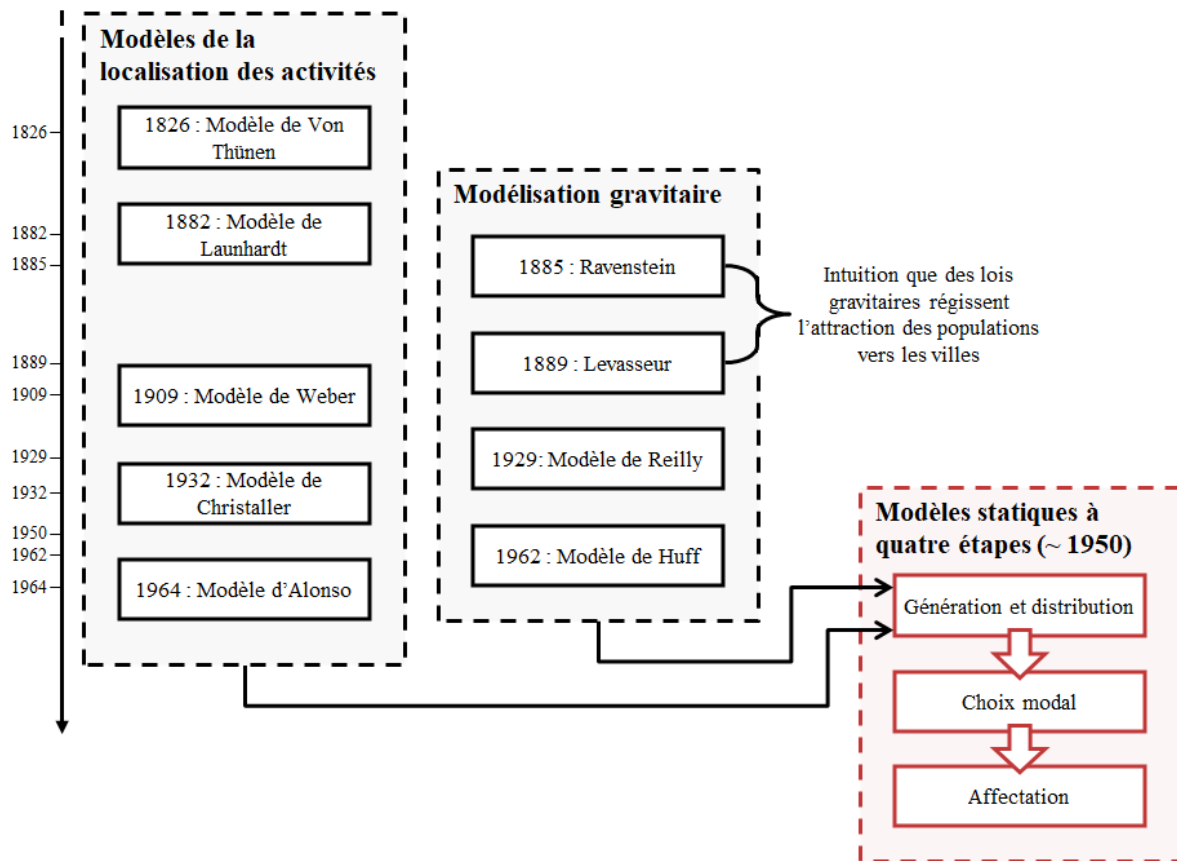


Figure 6 Panorama de la modélisation statique de la demande de transport

Les modèles à quatre étapes comportent de nombreuses limites, qui, accompagnées d'une évolution du contexte sociétal, ont conduit à compléter la modélisation dans le domaine des transports par une seconde approche : celle des modèles dynamiques d'écoulement du trafic.

Chapitre 2. Modèles dynamiques d'écoulement du trafic

Dans les années 1950-1960, puis plus encore dans les années 1970-1980, consécutivement aux diverses crises de ces décennies, une expertise différente se développe au sein de la modélisation dans le domaine des transports. On change ainsi de focal et d'objectifs : là où les modèles de prévision sont construits pour le développement et la création de nouvelles infrastructures, les modèles de simulation du trafic sont conçus pour gérer et optimiser l'existant (Bonnafeux et Masson, 2003; Chatzis, 2011).

Cette seconde approche de modélisation s'attache à prévoir le fonctionnement des réseaux à court ou moyen terme. Les modèles qui en découlent prennent généralement en entrée la demande de transport. Celle-ci peut être issue d'un modèle de prévision tel qu'une chaîne de modélisation à quatre étapes ou être le résultat d'une enquête. Les modèles d'écoulement du trafic ne doivent pas être confondus avec les modèles d'affectation dynamique du trafic. Selon Bourrel (Bourrel, 2003), leur point commun est d'appartenir à la catégorie des outils de simulation dynamique du trafic. Les modèles d'écoulement décrivent la façon dont les véhicules se propagent sur un tronçon alors que les modèles d'affectation dynamique décrivent la façon dont les individus choisissent leur itinéraire sur un réseau en fonction des conditions de trafic. Au sein d'une chaîne de modélisation, les modèles d'écoulement peuvent succéder à ceux d'affectation.

Les modèles d'écoulement du trafic reposent sur une formulation de la relation entre trois variables : la vitesse, le débit et la concentration. Dans la suite de cette thèse, nous adopterons les notations suivantes :

- v , la vitesse ;
- q , le débit ;
- k , la concentration ;
- t , le temps.

Différentes approches de l'écoulement du trafic ont été développées. Dans la majorité des cas, le trafic routier est assimilé à un fluide dans lequel les véhicules correspondent à des particules en interaction.

Costeseque (Costeseque, 2012, 2013) classe ces modèles selon leur échelle d'étude en deux catégories : les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Les premiers, traitent du flux à l'échelle du véhicule (El Hmam et al., 2008) et ont pour objet principal de décrire leurs comportements individuels. Les seconds, les modèles macroscopiques, ont pour objet de caractériser le comportement global du flux de trafic. Ils traitent donc du flux à l'échelle de l'ensemble des véhicules. On note qu'il existe une troisième catégorie intermédiaire dite des modèles mésoscopiques ou hybrides. Dans cette catégorie, les approches sont très diversifiées. La plus commune est celle consistant à traiter l'écoulement du trafic par paquets de véhicules. On compte aussi les approches

dans lesquels un modèle macroscopique est appliqué sur les tronçons routiers et où les interfaces (*i.e.* intersections, voies d'insertion...) sont traitées avec un modèles microscopiques.

On se propose dans cette partie de montrer comment les différents modèles microscopiques d'écoulement du trafic traitent du flux à l'échelle du véhicule. On étudie ensuite comment les multiples approches de modélisation macroscopique de l'écoulement du trafic permettent de caractériser le comportement global du flux de trafic. Enfin, on analyse un exemple récent de développement de modèle macroscopique basé sur l'analogie de l'écoulement de l'eau dans une baignoire.

1. Modèles microscopiques

Selon May (May, 1990), dans l'approche microscopique de l'écoulement du trafic, chacune des trois variables fondamentales (débit, vitesse et concentration) possède des caractéristiques particulières. Le débit est caractérisé par le temps moyen entre chaque véhicule lequel affecte la sécurité, la capacité, le niveau de service et le comportement des conducteurs. Comme le flux est traité à l'échelle du véhicule la vitesse individuelle de chacun des véhicules est considérée. Enfin, au niveau microscopique la variable de concentration caractérise la répartition longitudinale des véhicules dans le flot de trafic. C'est là aussi un indicateur important pour l'analyse de la sécurité, de la capacité ou du niveau de service d'une voie.

L'objectif des modèles microscopiques est de décrire les comportements individuels des véhicules dans plusieurs situations de conduite. La première étant le comportement en situation de poursuite (Alaeddine et al., 2015). C'est à dire qu'on simule les réponses d'un conducteur en fonction du ou des véhicules qui le précède. La deuxième situation est celle correspondant aux manœuvres de dépassement. Enfin la troisième situation de conduite, proche de la précédente, correspond aux manœuvres d'insertion dans une voie. Dans chacune des situations de conduite des modèles spécifiques sont élaborés. La situation de poursuite est celle ayant fait l'objet des plus importants développements (Costeseque, 2012).

Les modèles de poursuite reposent généralement sur plusieurs hypothèses (Gartner et al., 2001). D'une part, un conducteur est supposé suivre un véhicule situé devant lui tout en évitant les collisions. Cela implique qu'une distance inter-véhiculaire minimale soit conservée entre chaque véhicule et que le conducteur adapte sa vitesse en fonction du véhicule qui le précède. Généralement, cet écart inter-véhiculaire correspond à la distance de sécurité c'est-à-dire à la distance parcourue pendant le temps de réaction face à un événement nécessitant l'arrêt complet du véhicule à laquelle il faut ajouter la distance nécessaire pour s'arrêter. D'autre part, on suppose que le conducteur cherche en permanence à circuler à la vitesse maximale (prise égale à la vitesse maximale autorisée) lorsque sa vitesse n'est pas conditionnée par celle du véhicule le précédent. Deux cas de conduite peuvent ainsi être distingués. Dans le premier, la distance inter-véhiculaire est suffisamment importante pour que le conducteur ne perçoive pas le véhicule le précédent. Dans ce cas, dit de conduite libre, la circulation se fait à la vitesse maximale. Dans le second cas, le conducteur perçoit le véhicule qui le précède. Ce dernier le contraint à adopter une vitesse inférieure à la vitesse désirée : les véhicules entrent en interaction.

Plusieurs types de modèles peuvent être distingués : modèles à distance de sécurité, modèles stimulus-réponse, modèles à vitesse optimale, modèles d'automates cellulaires. Une description de ces

modèles est faite par Costeseque (Costeseque, 2012). Ils peuvent être classés en deux grandes catégories. La première est celle des modèles du premier ordre qui se concentre sur une description des vitesses de chacun des véhicules. Ces modèles sont relativement peu précis car ils ne prennent pas en compte les temps de réaction ni la longueur des véhicules. La deuxième catégorie est celle des modèles du second ordre. Ici c'est l'accélération de chaque véhicule qui est décrite. Ces modèles sont plus réalistes dans la mesure où le temps de réaction peut être pris en compte dans la modélisation de l'accélération.

Les modèles microscopiques d'écoulement du trafic présentent un certain nombre de limites inhérentes à leur conception et aux hypothèses formulées. En premier lieu, la plupart des modèles considèrent que les conducteurs ont un comportement uniforme. Par exemple, les temps de réactions ou la manière de conduire sont considérés équivalents pour tous les conducteurs. Dans la réalité, les conducteurs sont très différents les uns des autres ce qui implique une variabilité des comportements. En second lieu, certains modèles microscopiques supposent que les conducteurs optimisent de manière continue leur vitesse en fonction des autres véhicules. Cela signifie qu'à tout instant, ils roulent à la vitesse maximale leur permettant de respecter les règles de distance de sécurité ainsi que le code de la route. En réalité, cela n'est pas toujours le cas notamment en situation de circulation dense (où les règles relatives aux distances de sécurité sont moins respectées) ou en situation de circulation très faible, où le conducteur n'a pas ou peu de contraintes induites par les autres conducteurs. Le pouvoir prédictif des modèles microscopiques est sujet à débat dans le cas d'un trafic faible où la distance entre deux véhicules est importante. Dans ce cas, le modèle de poursuite considère qu'il n'y a pas d'interaction entre les véhicules et qu'ils roulent à la vitesse maximale autorisée. Ce dernier élément n'est, en pratique, pas toujours vérifié.

Enfin, les modèles microscopiques ayant pour objet de simuler le trafic de manière très précise sur une voie (*i.e.* avec un pas de temps très fin et sur de petits pas de distance), sont difficilement applicables à l'échelle d'un réseau. Il s'agit ici d'une limitation plutôt technique : les temps de calcul sont, en effet, très importants si ces modèles sont appliqués à de grands réseaux. Dans ce dernier cas, l'approche macroscopique de l'écoulement du trafic est privilégiée.

2. Modèles macroscopiques

À la différence des modèles microscopiques, les modèles macroscopiques ne traitent pas des interactions entre véhicules. Ils se contentent de caractériser le comportement global du trafic à une échelle d'étude de l'ordre de la dizaine à la centaine de mètres en unité de distance et de la minute en unité de temps. Ces modèles reposent généralement sur une analogie avec la mécanique des fluides (Bourrel, 2003). Ils considèrent donc le flot de véhicule comme un fluide continu aux propriétés particulières.

La plupart de ces modèles mettent en relation trois variables principales (May, 1990). La première est le débit (q). Celui-ci correspond au nombre de véhicules passant par un point par unité de temps. Cette variable est la plus importante dans cette approche de l'écoulement du trafic puisqu'elle est reliée à d'autres paramètres du flot de trafic et notamment à la demande de trafic, à la capacité (*i.e.* le débit horaire maximal prenant en compte les conditions de circulation induites par la configuration de la voie), et au débit de saturation (*i.e.* le débit horaire maximal en supposant les conditions de circulation les plus favorables possibles).

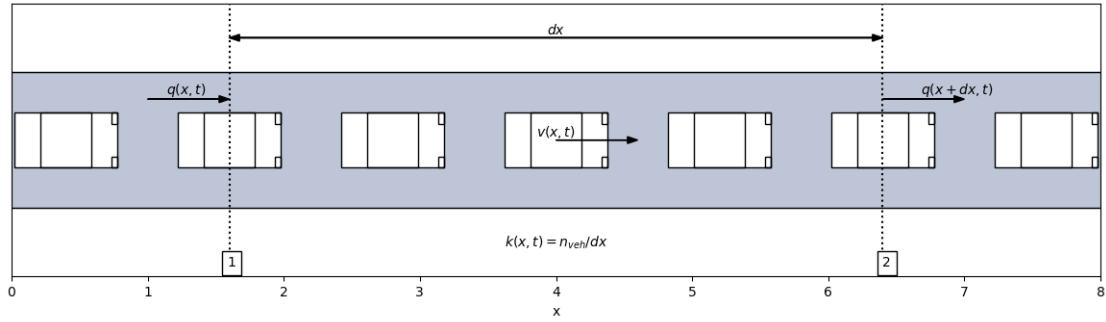


Figure 7 Variables caractéristiques de l'écoulement du trafic

La concentration de véhicules (k) – aussi appelée densité de véhicules – correspond au nombre de véhicules présents par unité de longueur au temps t . La concentration varie de 0, traduisant une absence de véhicule sur le tronçon de route étudié, à une valeur représentant une situation où les véhicules sont parechoc contre parechoc à l'arrêt (soit environ 200 véhicules par kilomètres si on prend une longueur moyenne de 5 mètres par véhicule). Dans cette dernière configuration, la concentration est dite maximale (on la note k_{max}). On distingue également la densité critique (notée k_c), qui correspond à la densité de véhicules lorsque le débit maximal est atteint.

Enfin, la troisième et dernière variable est la vitesse du flot (v) correspondant à la vitesse moyenne du groupe de véhicules situés dans la section considérée au temps t . La vitesse varie selon la localisation sur le réseau (direction, voie utilisée, configuration du tronçon de route emprunté), en fonction de l'intensité du trafic par rapport à la capacité, de la composition du flot de véhicules, de la vitesse maximale autorisée (notée v_{max}) ou encore de la météo.

Ces différentes variables sont reliées par l'équation fondamentale du trafic dans laquelle le débit est égal au produit de la concentration et de la vitesse :

$$q(x, t) = k(x, t) \times v(x, t) \quad 5$$

Avec :

- $x \in \mathbb{R}$, la position ;
- $t \in [0, +\infty[$, le temps.

À partir de cette première équation, plusieurs modèles macroscopiques sont proposés dans la littérature. Le plus connu et le premier est le modèle macroscopique du premier ordre développé par Lighthill et Whitham (Lighthill et Whitham, 1955) et par Richards. Ce modèle est aussi appelé modèle LWR en référence à ces trois principaux auteurs. D'autres approches existent comme les modèles du second ordre, les modèles à automate cellulaire ou encore les modèles cinétiques. Dans la suite de cette section, on se concentre d'abord sur la notion de diagramme fondamental. Ensuite, on explicite les différents types de modèles macroscopiques avec une attention particulière portée au modèle LWR ainsi qu'à ses limites.

2.1. Diagramme fondamental

Les modèles macroscopiques, et en particulier ceux du premier ordre de type LWR, nécessitent que les trois variables de l'équation fondamentale du trafic soient reliées par une seconde relation. Le plus souvent on se donne une loi qui exprime la vitesse en fonction de la concentration (Buisson et al., 2010). De cette manière, les trois variables descriptives du trafic peuvent être représentées dans des diagrammes. La courbe représentant la vitesse en fonction du débit est généralement appelée courbe débit-vitesse. Le diagramme fondamental du trafic représente quant à lui le débit en fonction de la concentration. Enfin, la troisième représentation permet d'illustrer l'évolution de la vitesse en fonction de la concentration.

Le premier à formaliser cette relation entre vitesse et concentration est Greenshield (Greenshield, 1935). Grâce à une méthode photographique, il étudie le comportement du trafic et en tire un certain nombre d'hypothèses aujourd'hui communes à la plupart des diagrammes fondamentaux.

En premier lieu, lorsque la concentration se rapproche de 0, les véhicules roulent à une vitesse dite « vitesse libre » : il n'y en effet pas ou très peu d'interactions entre véhicules du fait de leur nombre limité. Cette hypothèse est similaire à celle formulée pour les modèles microscopiques. La vitesse libre est souvent prise égale à la vitesse maximale autorisée. En second lieu, lorsque la concentration augmente, la vitesse des véhicules diminue : les interactions entre véhicules sont de plus en plus nombreuses. La vitesse est donc une fonction décroissante de la concentration. Enfin la concentration ne peut pas dépasser une valeur maximale (notée k_{max}). Cette valeur correspond à une situation où la voie est occupée entièrement par des véhicules à l'arrêt disposés les uns derrière les autres. Dans ce cas, la vitesse et le débit sont nuls.

Dans son modèle Greenshield exprime cette relation entre vitesse et concentration sous la forme d'une fonction affine : $v = \alpha \times k + \beta$, où α et β sont des réels à déterminer et k la concentration du trafic.

En prenant comme conditions aux limites $v = 0$ lorsque $k = k_{max}$ et $k = 0$ lorsque $v = v_{max}$ on obtient :

$$v = v_{max} \times \left(1 - \frac{k}{k_{max}}\right) \text{ et } k = k_{max} \times \left(1 - \frac{v}{v_{max}}\right)$$

Selon cette formulation, le diagramme fondamental a une forme parabolique avec un maximum obtenu pour une concentration (nommée concentration critique, k_c) égale à la moitié de la concentration maximale $k_c = 0,5 \times k_{max}$. À cette concentration critique le débit maximum, c'est-à-dire la capacité de la voie, est atteinte.

Les graphiques de la figure 8 donnent respectivement l'allure des courbes vitesse-concentration, vitesse-débit et débit-concentration pour un tronçon de route limité à 90km/h et une concentration maximale de 150 véhicules par kilomètres.

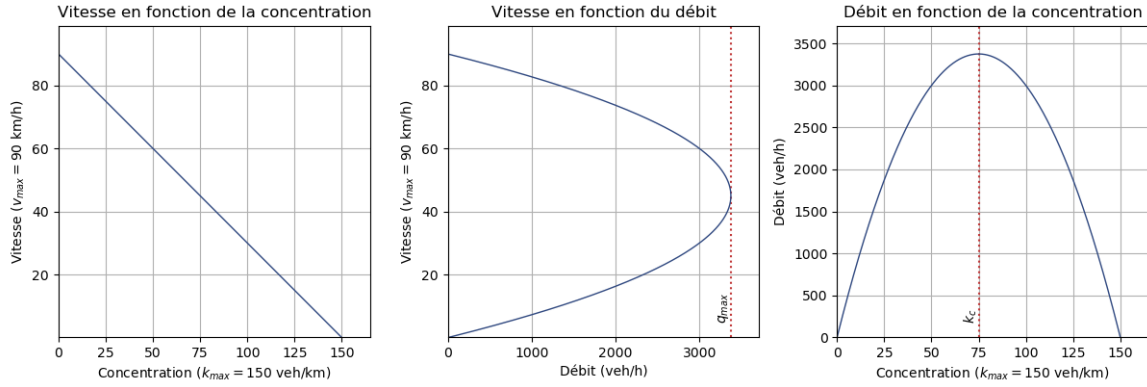


Figure 8 Diagramme fondamental de Greenshield

Ce modèle est régulièrement utilisé dans les équations constitutives des modèles macroscopiques de trafic. Pour autant, selon Bourrel, l'inconvénient principal du diagramme de Greenshield est que la concentration critique ne correspond pas aux données expérimentales (elle est généralement prise entre $0,2 \times k_{max}$ et $0,3 \times k_{max}$).

Ainsi d'autres diagrammes fondamentaux ont été développés grâce à d'autres formulations de la relation entre vitesse et concentration. À la différence du diagramme de Greenshield qui est symétrique, ceux-ci se décomposent généralement en deux parties correspondant aux deux régimes d'écoulement du trafic. Dans la première partie, se rapportant au régime fluide, l'augmentation de la concentration induit une augmentation du débit et une diminution de la vitesse. Ce régime est valable jusqu'à ce que la concentration critique soit atteinte. Ce point de basculement correspond aussi à la capacité de la voie. Dans la seconde partie, le trafic entre en régime congestionné. L'augmentation de la concentration induit une diminution du débit et de la vitesse jusqu'à atteindre une situation où les véhicules sont à l'arrêt.

Ardekani et al. (Ardekani et al., 2011) explicitent plusieurs autres formulations de la relation entre vitesse et concentration et notamment les modèles de Greenberg, d'Underwood (avec et sans l'extension de la série de Taylor), de Drake (avec et sans l'extension de la série de Taylor) ou encore les modèles polynomial et quadratique. Leur énoncé est repris en annexe 1 de ce document.

En 1990, May (May, 1990) propose une forme généralisée du diagramme de Greenshield. Celle-ci s'exprime de la manière suivante:

$$v = \left(v_{max}^{1-m} \left(1 - \left(\frac{k}{k_{max}} \right)^{p-1} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}} \quad 6$$

Avec :

- m tel que $0 \leq m < 1$;
- p tel que $p > 1$.

Dans cette formulation de la relation entre concentration k et vitesse v , les coefficients m et p sont deux exposants à caler. En prenant m égal à 0 et p égal à 2, on retrouve la relation de

Greenshield. L'intérêt du diagramme de May est de disposer de paramètres supplémentaires pour ajuster la concentration critique aux données réelles (ce qui n'est pas possible avec le diagramme de Greenshield). La concentration est à son niveau critique lorsque la courbe décrivant la relation entre concentration et débit atteint son maximum. On a alors :

$$k_c = k_{max} \left(\frac{p-m}{1-m} \right)^{\frac{-1}{p-1}}$$

De cette manière et selon l'équation fondamentale du trafic (équation 5 page 40) on détermine le débit maximal pour un tronçon de route (ce débit étant atteint à une concentration critique) de la manière suivante :

$$q(k_c) = k_{max} \left(\frac{p-m}{1-m} \right)^{\frac{-1}{p-1}} \times \left(v_{max}^{1-m} - \frac{v_{max}^{1-m}(p-m)}{p-m} \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

Les graphiques de la figure 9 donnent de gauche à droite l'allure des courbes vitesse-concentration, vitesse-débit et débit-concentration selon la relation élaborée par May. Pour ces courbes, le tronçon de route considéré est limité à 90km/h ($v_{max} = 90$) ; la concentration maximale de 150 véhicules par kilomètres ($k_{max} = 150$) ; et les paramètres m et p sont respectivement fixés à 0,8 et 2,8.

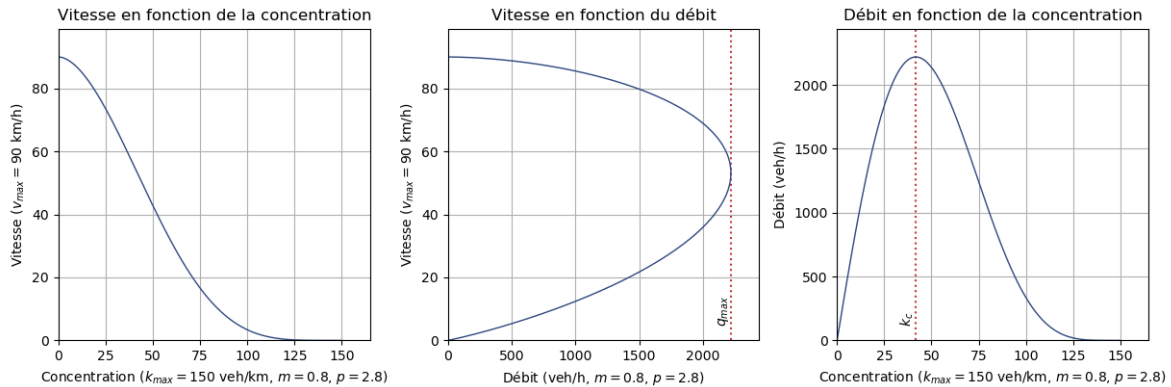


Figure 9 Diagramme fondamental de May

Le modèle de May, est une généralisation du modèle de Greenshield et en est donc très proche. À ce titre, il bénéficie des validations déjà établies pour ce modèle tout en proposant de nouveaux paramètres afin de l'ajuster au mieux aux données de calage.

Ces deux équations constituent la base de la plupart des modèles macroscopiques d'écoulement du trafic. La définition d'une troisième équation permet de distinguer plusieurs familles de modèles macroscopiques et notamment les modèles du premier ordre.

2.2. Modèle du premier ordre

Les modèles du premier ordre incluent principalement la famille des modèles LWR (modèle de Lighthill, Witham et Richard) et sont généralement construits à partir d'une analogie avec

l'hydrodynamique. Ces modèles se composent des deux équations vues précédemment à savoir l'équation fondamentale du trafic ($q(x, t) = k(x, t) \times v(x, t)$) et l'équation du diagramme fondamental du trafic qui définit la relation entre concentration et vitesse du flot ($v(x, t) = f(k(x, t))$, avec f une fonction particulière de la concentration).

La troisième équation et celle de la conservation du trafic :

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial k(x, t)}{\partial t} = 0$$

Ce système d'équations suppose que le trafic est en permanence dans un état d'équilibre et qu'il évolue en passant d'un état d'équilibre à un autre (Bourrel, 2003). L'équation fondamentale du trafic et l'équation de conservation du trafic sont toutes deux fixées. En revanche, comme cela a été vu dans le paragraphe précédent (cf. partie 1, chapitre 2, section 2.1), il existe de nombreuses formulations pour la relation entre concentration et vitesse du flot. On parle donc de famille des modèles LWR car le modélisateur doit se donner une relation entre ces deux variables.

Gartner *et al.* (Gartner et al., 2001) ont opposé plusieurs limites aux modèles macroscopiques de type LWR. De par leur nature et les hypothèses faites en introduction, le modèle LWR ne permet pas de réaliser de bonnes simulations dans le cas de réseaux très faiblement congestionnés. De plus, ce modèle ne fait pas de différences dans le comportement des conducteurs : tous sont supposés circuler à la même vitesse. Le modèle LWR suppose que le trafic est dans un état d'équilibre à chaque instant. Ainsi, ces modèles ne permettent pas une bonne description ni une bonne compréhension des phases transitoires. Si une perturbation survient (*e.g.* suite à un accident), les différentes variables descriptives du trafic sont affectées de manière immédiate et varient brusquement (Buisson, 1996). Les modèles du second ordre tentent de pallier à ce défaut en incluant des termes de viscosité et d'anticipation, empêchant toute évolution trop brutale de ces variables.

Messai *et al.* et Costeseque (Costeseque, 2014; Messai et al., 2001) questionnent l'analogie avec l'hydrodynamique. Pour Messai, cette analogie semble valide dans le cas du trafic interurbain mais semble donner des résultats moins fiables dans le cas du trafic urbain notamment au niveau des différents carrefours. Dans ce cas, l'écoulement du trafic se rapproche plus d'un phénomène discontinu régulé que d'un écoulement continu tel que simulé avec le modèle LWR. Costeseque prolonge cette discussion en soulignant la différence entre le nombre de molécules dans une mole (donné par le nombre d'Avogadro soit $N_A = 6.2 \times 10^{23}$ éléments) et le nombre maximal de véhicules sur un tronçon de route (de l'ordre de quelques centaines d'éléments par kilomètres). Si on assimile les véhicules aux particules, la densité particulière d'un flux de trafic est bien moindre que celle d'un fluide. Une autre différence entre le comportement d'un fluide et celui du trafic, réside dans le fait que les molécules d'un fluide entrent constamment en collision les unes avec les autres ce qui n'est pas le cas des véhicules composant le trafic routier. Enfin, pour un fluide, son écoulement est d'autant plus facilité qu'il existe un nombre important de chemins reliant la source du fluide à sa destination. Pour le trafic, cela ne se vérifie pas toujours. Une diminution de la capacité d'un tronçon de route peut être parfois source d'une amélioration du fonctionnement de l'ensemble du réseau. Ce phénomène est connu sous le nom de paradoxe de Braess (Braess et al., 2005).

D'autres familles de modèles macroscopiques sont développés pour tenter de lever une ou plusieurs de ces limites. C'est notamment le cas des modèles du second ordre ou des modèles de transmission cellulaire.

2.3. Autres types de modèles macroscopiques

D'autres types de modèles macroscopiques d'écoulement du trafic existent. Les premiers et ceux qui font l'objet des plus amples développements, sont les modèles du second ordre. Ces derniers, à la différence des modèles du premier ordre, prennent en compte les différentes phases de non-équilibre ainsi que les phases de transition et de convergence vers un état d'équilibre (Costeseque, 2013). Ils reposent sur l'introduction d'une nouvelle équation exprimant l'accélération du flux. Cependant, même s'ils permettent de lever une des limites des modèles du premier ordre, leur résolution est plus complexe.

Daganzo introduit un autre type de modèle macroscopique d'écoulement du trafic : les modèles de transmission cellulaires (Daganzo, 1994). Dans ces modèles, le réseau est divisé en cellules de longueurs homogènes égales à la distance parcourue en un instant par un véhicule circulant dans des conditions de trafic fluide. Chacune des cellules i se caractérise par une concentration maximale $k_{max,i}(t)$ (i.e. le nombre de voiture que peut contenir la cellule à un instant) et un débit maximal $q_i(t)$ (i.e. le nombre de véhicules pouvant passer à la cellule suivante par instant). Pour une cellule i , Daganzo définit l'occupation d'une cellule au temps $t+1$ par la récurrence suivante :

$$\begin{cases} k_i(t+1) = k_i(t) + y_i(t) - y_{i+1}(t) \\ y_i(t) = \min(k_{i-1}(t), q_i(t), k_{max,i}(t) - k_i(t)) \end{cases}$$

Avec :

- $k_i(t)$, le nombre de véhicules dans la cellule i au temps t ;
- $q_i(t)$, le débit associé à la cellule i au temps t ;
- $k_{max,i}(t)$, le nombre maximal de véhicules que peut contenir la cellule i au temps t .

L'occupation d'une cellule i au temps $t+1$ est donc égale à l'occupation de la cellule au temps t à laquelle on ajoute les flux entrant et on soustrait les flux sortant. Daganzo montre que ce modèle constitue une solution approchée des équations aux dérivées partielles du modèle LWR. Il considère pour cela un diagramme fondamental ayant la forme d'un trapèze isocèle pour la relation liant débit et densité (cf. figure 10).

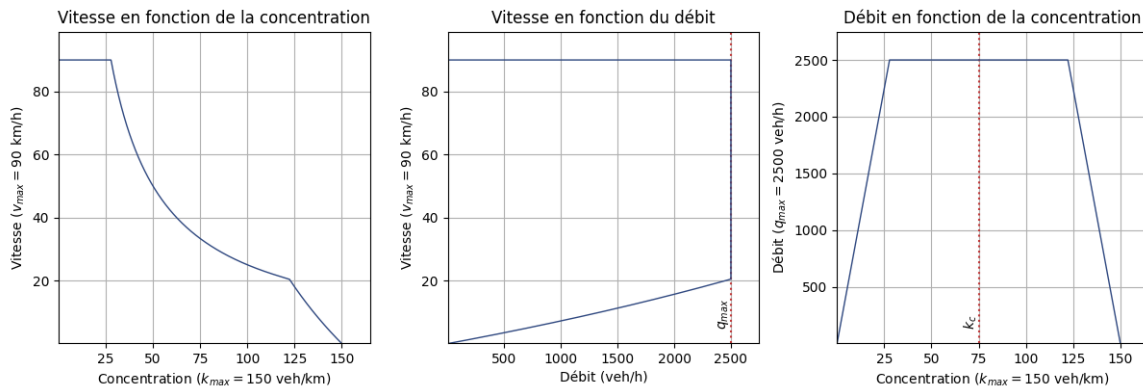


Figure 10 Diagramme fondamental du modèle cellulaire de Daganzo

Enfin, la dernière des principales familles de modèle macroscopique est celle des modèles cinétiques. Celle-ci a été construite par analogie avec la théorie de la cinétique des gaz de Boltzmann. Il a été introduit par Prigogine et Herman en 1971 pour prendre en compte de manière plus

approfondie le caractère stochastique du trafic et des flux, caractère se retrouvant précisément dans la diffusion d'un gaz. L'analogie entre le trafic et la théorie de la cinétique des gaz se limite à la description de la distribution des vitesses. Les mécanismes menant à une évolution des vitesses des flux sur le réseau routier sont différents (Herman et *al.*, 1972).

La plupart des modèles vus dans cette section sont basés sur des analogies avec l'écoulement d'un fluide. C'est le cas des modèles du premier ordre pour lesquels cette analogie est la base du système d'équations mais aussi des modèles cinétiques où le fluide en question est un gaz. Plus récemment, certains auteurs ont continué à développer cette analogie en considérant une analogie avec l'écoulement de l'eau. Plus généralement, de nouvelles approches de modélisation dynamique de l'écoulement du trafic continuent d'être étudiées.

3. Développements récents des modèles dynamiques d'écoulement du trafic

Durant la décennie 2010-2020, les modèles dynamiques d'écoulement du trafic se sont perfectionnés sous l'effet d'innovations dans la recherche mais aussi du fait de l'augmentation des performances de calcul. Ces dernières rendent possibles de nouvelles approches inspirées d'autres domaines que la modélisation dans le domaine des transports.

Un modèle particulièrement intéressant est celui de Vickrey. Dans ces travaux de 1991 récemment publiés (Vickrey, 2020), Vickrey développe un modèle macroscopique dit de la « baignoire » (« bathtub model » en anglais) basé sur une analogie entre les dynamiques de trafic aux heures de pointe et l'écoulement de l'eau dans une baignoire. Ce modèle a initialement été proposé pour l'étude de la congestion du trafic à Manhattan. Dans l'analogie de Vickrey cette zone est représentée par la baignoire. Les flux de véhicules entrant dans Manhattan correspondent à l'arrivée d'eau, et les flux sortant à l'évacuation de l'eau. La densité de trafic (ou concentration de trafic) dans la zone correspond à la hauteur d'eau dans la baignoire. La relation liant la vitesse à la densité de trafic est la relation de Greenshield. De cette manière, concentration et vitesse sont reliées par une relation linéaire négative. Comme dans les autres modèles de simulation de l'écoulement du trafic, le flux de trafic (débit q) est déterminé grâce à la relation fondamentale du trafic c'est-à-dire comme le produit de la densité du trafic k et de la vitesse v (équation 5 page 40).

Dans toutes les approches vues jusqu'à présent, les villes ou territoires d'étude sont divisés en plusieurs zones lesquelles servent d'origines et de destinations pour les déplacements. Ces différentes zones sont ensuite connectées par un réseau de routes et d'intersections plus ou moins précis selon la nature du modèle. Les modèles dits de la « baignoire » se distinguent dans la mesure où ils traitent l'espace de manière continue comme une seule unité dans laquelle les routes partagent les mêmes caractéristiques. La topologie détaillée du réseau est ainsi ignorée de même que la distribution des origines et des destinations dans le territoire d'étude. C'est le nombre de kilomètres de voies ainsi que la relation densité-vitesse qui permettent de déterminer le flux de trafic. Ainsi, ces modèles sont plus simples que les modèles classiques de type LWR et permettent de retranscrire les dynamiques de la demande de déplacements en relation avec la capacité du réseau.

Le modèle développé par Vickrey repose sur plusieurs hypothèses (Arnott, 2013). D'abord, le réseau routier considéré doit être congestionné et suffisamment homogène pour pouvoir être traité

comme une zone continue. Ensuite, il stipule que la densité est fonction uniquement de la vitesse dans la zone. Enfin, à chaque pas de temps, la distribution des longueurs des trajets est supposée suivre une fonction exponentielle négative. Plusieurs auteurs ont reconsidéré cette dernière hypothèse (Arnott, 2013; Jin, 2020) en adoptant une distribution différente des longueurs des trajets créant ainsi la classe des modèles généralisés de la « baignoire » (Generalized Bathtub Model).

Selon ces hypothèses, ces modèles sont ensuite utilisés pour l'étude des effets de la congestion sur plusieurs variables descriptives des dynamiques du trafic : distribution des temps de départ et d'arrivée. Ces modèles ont été résolus dans différentes situations d'équilibre. Par exemple, Arnott expose la condition d'équilibre des temps de parcours (Arnott, 2013). Celle-ci donne une distribution des heures de départ de telle manière à ce qu'aucun navetteur ne puisse réduire son coût (en temps) de transport en modifiant son heure de départ. Il détermine également la distribution des départs de telle manière à minimiser le coût total (en temps) pour que l'ensemble des navetteurs atteigne sa destination.

Ce type de modèle est intéressant dans la mesure où il reprend l'analogie classique des modèles macroscopiques où le trafic est assimilé à un fluide (comme c'est le cas dans les modèles LWR ou dans les modèles cinétiques). Vickrey dans son modèle de la baignoire développe un peu plus cette analogie en considérant que le fluide est de l'eau et que celui-ci évolue dans un milieu continu possédant une ou plusieurs entrées et une ou plusieurs sorties : la baignoire. Cependant, ce modèle n'est applicable que pour des zones où l'on observe une congestion du trafic et n'est donc pas adapté pour traiter des flux peu denses.

Outre ce modèle très spécifique, on note le développement de bien d'autres approches. Par exemple, avec l'accroissement de la puissance de calcul des ordinateurs, on voit émerger des modèles basés sur les données. Ceux-ci sont de deux natures : les modèles statistiques et les modèles fonctionnant par un apprentissage artificiel (Salotti, 2019). Les modèles statistiques permettent de prévoir l'écoulement du trafic en étudiant à l'aide d'indicateurs statistiques une base de données décrivant l'état du trafic dans le temps. Ces bases de données sont constituées à partir notamment de comptages routiers. Les modèles fonctionnant par un apprentissage artificiel – donc basé sur l'intelligence artificielle – cherchent à reconstituer les états de trafic à tous les instants t de la simulation à partir de l'historique des états de trafic passés. On peut également ajouter à ces « nouvelles méthodes » celles basées sur les réseaux de neurones artificiels. Toutefois, avec ces modèles on ne considère plus l'analogie entre l'écoulement du trafic et l'écoulement d'un fluide.

Conclusion

Finalement, les modèles dynamiques d'écoulement du trafic reposent sur une formulation de la relation entre trois variables : la vitesse, le débit et la concentration. On les divise en deux familles. La première est celle des modèles microscopiques. Ceux-ci traitent du flux à l'échelle des véhicules et simulent les interactions entre eux en termes de poursuite, de dépassement et d'insertion. La deuxième famille est celle des modèles macroscopiques qui considèrent le comportement global du trafic. Ces modèles sont généralement basés sur une analogie avec l'écoulement d'un fluide.

Les modèles dynamiques d'écoulement du trafic retournent en sortie au moins deux des trois variables fondamentales du trafic en fonction du temps. En entrée, on doit leur donner une description du réseau routier ainsi qu'une description de la demande de transport. Celle-ci peut être obtenue soit

par des enquêtes de terrain, soit grâce à un modèle statique de prévision de la demande de transport formant ainsi une chaîne de modélisation complète comprenant un modèle de chacune des deux familles. On se propose d'étudier une telle chaîne de modélisation dans le chapitre suivant.

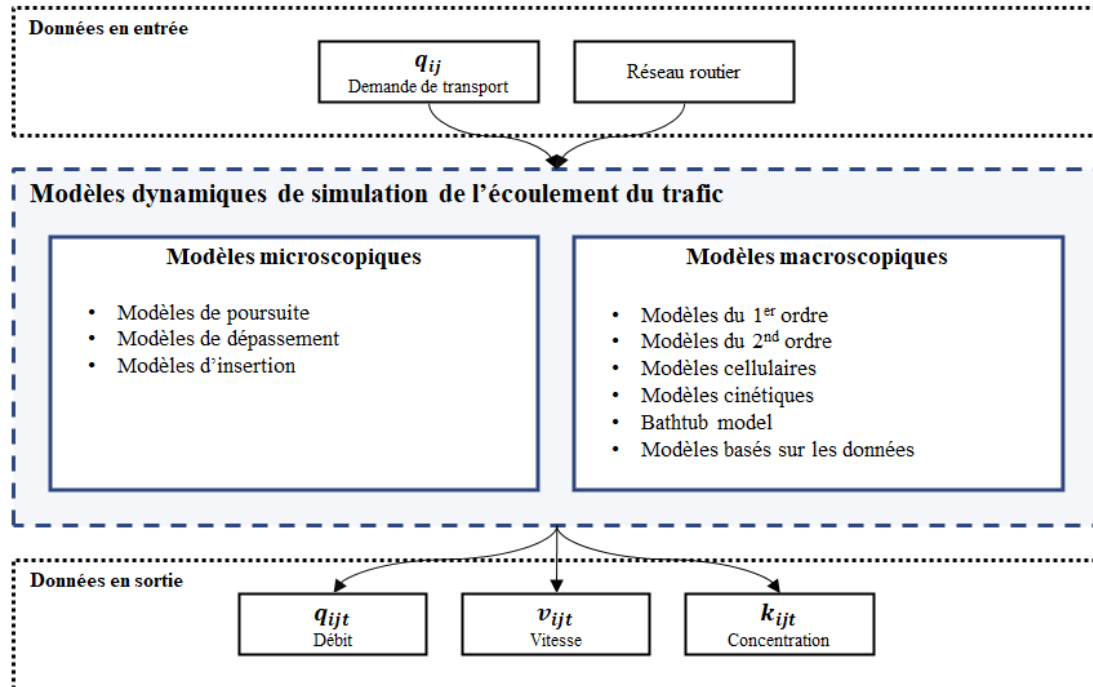


Figure 11 Panorama de la modélisation dynamique de l'écoulement du trafic

Chapitre 3. Deux familles de modèles cloisonnés

Un modèle statique de simulation de la demande de transport et un modèle dynamique d'écoulement du trafic peuvent être utilisés conjointement. Cette chaîne de modélisation a notamment de l'intérêt lorsqu'on y adjoint d'autres modèles. Par exemple, les modèles d'émissions de polluants ou les modèles de bruits sont couplés à la chaîne de modélisation précédente afin d'évaluer les nuisances émises par le trafic.

Dans ce chapitre, on se propose d'étudier les difficultés qui apparaissent lors de la construction d'une telle chaîne de modélisation en plus de celles propres à chacun des modèles évoqués dans les deux premiers chapitres de cette partie. En premier lieu, ces difficultés sont liées à l'histoire de la modélisation dans le domaine des transports. On étudie plus spécifiquement le cas français pour lequel on retrouve cette segmentation dans l'organisation du champ opérationnel. En second lieu, on note des incompatibilités entre ces deux catégories de modèles aussi bien d'un point de vue des équations et variables à l'œuvre dans chacun d'eux mais également au niveau de leurs objectifs initiaux.

1. Segmentation relative des approches dans le champ opérationnel

Le cloisonnement entre l'approche de modélisation statique de la demande de transport et l'approche dynamique de l'écoulement du trafic trouve son origine dans l'historique de la modélisation et particulièrement dans le cas français. De ce cadre historique, découle une certaine segmentation des modèles dans le domaine opérationnel.

En France, les années 1950 et 1960 sont caractérisées par l'importation des méthodes développées aux Etats-Unis autour de la modélisation à quatre étapes (Chatzis, 2011). S'en suit l'émergence d'une expertise de modélisation propre à la France, avec la création de nombreux modèles de prévision de la demande de transport. Ces modèles s'uniformisent dans les années 1970 sous l'effet de directives de l'administration française. Dans les années 1980 et 1990, la modélisation des transports en France est marquée par l'introduction progressive d'outils et de logiciels étrangers. Ceux-ci permettent de construire des modèles multimodaux, là où l'expertise française se limite majoritairement au cas uni-modal. Le réseau d'acteurs œuvrant aujourd'hui dans le domaine de la modélisation des transports est hérité de ce contexte historique.

Les modèles de prévision de la demande de transport et les modèles de simulation de l'écoulement du trafic sont généralement à destination d'institutions (collectivités territoriales, services de l'état, autorités organisatrices des transports ou gestionnaires des réseaux de transport). Pour autant, peu d'entre-elles ont développé leur propres outils et modèles. Le plus régulièrement, elles font appel à des bureaux d'étude privés ayant une expertise dans la modélisation de la demande de transport ou dans celle de l'écoulement du trafic.

Dans ces bureaux d'étude certains se concentrent uniquement sur l'aspect prévision de la demande de transport (par exemple Explain ou PMIC) dans l'objectif de concevoir de nouvelles infrastructures ou de les améliorer. Pour la plupart ils ont également des compétences de modélisation de l'écoulement du trafic à l'échelle microscopique (CDVIA, Citec, Egis, Emtis, Iter, Lee Sormea, Mobilis in Mobile, Systra, Transamo, Transitec...). Là encore, peu de bureaux d'étude construisent leurs propres outils de modélisation. Ils conçoivent leurs modèles à partir de logiciels de modélisation développés par des fournisseurs de logiciels.

Il existe une grande variété de logiciels, mais le marché est aujourd'hui – tout du moins en France – dominé par quelques-uns d'entre eux. La figure 12 présente une liste non-exhaustive des bureaux d'étude et des outils utilisés en France.

La plupart de ces logiciels fonctionnent telles des boîtes à outils comprenant plusieurs modèles couvrant une partie ou la totalité de la modélisation dans le domaine des transports. Ainsi, certains permettent de réaliser une modélisation de la demande de transport (Visum, Emme, Transcad), d'autres une modélisation microscopique ou macroscopique de l'écoulement du trafic (Vissim, Dynasim). Enfin quelques-uns comprennent des modèles couvrant l'ensemble de la chaîne de modélisation (Aimsun, Cube). Au sein de ces logiciels, les différentes approches sont segmentées en plusieurs modèles. Le passage de l'un à l'autre est rarement explicité.

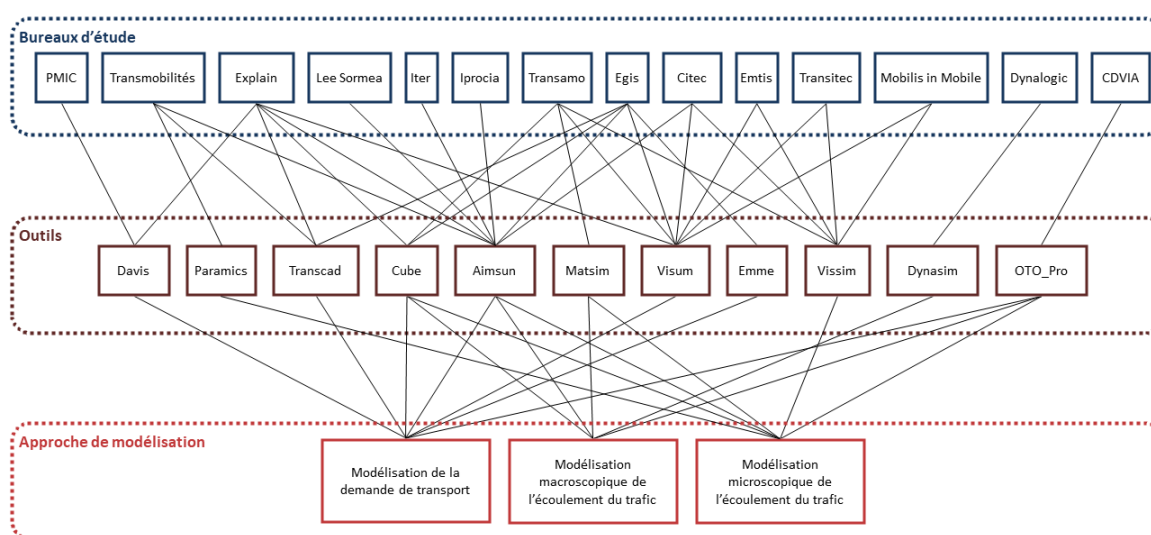


Figure 12 Les outils de modélisation des transports utilisés par les bureaux d'étude en France

On note également que quelques institutions ont développés et utilisent leurs propres modèles. C'est le cas notamment de la RATP et de ses modèles GLOBAL et IMPACT (Leblond et Garcia Castello, 2016). Ceux-ci permettent de prévoir la demande de transports notamment sur le réseau de transport en commun de la région Ile de France. D'autres institutions ont également des compétences de modélisation et construisent leur modèle à partir de logiciels avec ou sans l'aide d'un bureau d'étude. C'est le cas de la Direction Régionale et Interdépartementale de l'Equipeement et de l'Aménagement (DRIEA) d'Ile de France et de son modèle MODUS, en partie basé sur le logiciel Visum (Massoni et al., 2015). On a également Ile de France Mobilité (IDFM, autorité organisatrice des transports en Ile de France, anciennement STIF), qui développe son modèle ANTONIN lequel est en partie construit à partir du logiciel Cube (Massoni et al., 2015). Ces deux modèles (ANTONIN et MODUS) sont des modèles de prévision de la demande de transport et ne traitent pas de la simulation dynamique du trafic.

Enfin, dans les projets de transport ayant pour objet un terrain d'étude en France, l'essentiel des modélisations se portent sur la prévision de la demande de transport. On conçoit donc essentiellement des modèles statiques. Il n'est pas rare que ce type de modélisation soit ensuite associé à un modèle microscopique de simulation de l'écoulement du trafic ou que ces derniers modèles soient conçus seuls notamment pour des études de trafics aux carrefours. Enfin les modélisations macroscopiques dynamiques sont assez minoritaires dans le champ opérationnel.

On constate, que les principaux acteurs de la modélisation ont les compétences pour traiter des deux types de modélisation grâce notamment aux outils utilisés. Ces outils proposent plusieurs modèles pour traiter de l'ensemble de la chaîne de modélisation. Pour autant, le passage d'un modèle statique à un modèle dynamique est rarement explicité. Cette relative segmentation des deux types de modélisation dans le domaine des transports est à mettre en relation avec les incompatibilités entre ces deux familles modèles et avec les objectifs propres à chacune d'elles.

2. Incompatibilités des modèles

Pour coupler les deux approches de modélisation que sont la prévision statique de la demande de transport et la simulation dynamique de l'écoulement du trafic, il est nécessaire que ces deux familles de modèles soient compatibles entre elles.

En premier lieu, cela concerne les variables inhérentes à chacune des deux approches. Les données produites en sortie d'un modèle statique doivent être introduites en entrée d'un modèle dynamique. De la même manière, dans le processus de calage d'un tel modèle, les résultats du modèle dynamique doivent être réinjectés en entrée du modèle statique pour un bouclage. Cependant, la nature des variables de sortie de chacun de ces modèles ne rend pas directement possible cette opération. D'un côté on a les modèles statiques de simulation de la demande de transport dont les sorties sont des flux exprimés de manière indépendante du temps. De l'autre côté, on a les modèles dynamiques d'écoulement du trafic dont les sorties sont des valeurs de débits, de concentrations ou de vitesses en chaque instant. Les flux sont exprimés ici de manière dynamique et continue dans le temps. Les variables constitutives de ces deux approches de modélisation sont donc incompatibles de par leur relation au temps.

Pour passer d'un modèle statique à un modèle dynamique, on doit donc se donner un algorithme qui distribue la demande de transport dans le temps et ainsi obtenir une matrice origine-destination par pas de temps. Au préalable, on peut aussi avoir besoin d'agréger les flux, lesquels peuvent être segmentés selon le motif de déplacement ou selon les caractéristiques de la population. À l'inverse, pour passer d'un modèle dynamique à un modèle statique, on doit agréger les valeurs de débits calculées pour chaque pas de temps pour obtenir des valeurs de flux. Il résulte de ces différentes opérations une perte d'informations (par exemple perte d'informations sur la segmentation de la demande de transport), ou des imprécisions liées aux méthodes d'agrégation ou de désagrégation.

Ces deux familles de modèles sont aussi incompatibles au niveau de leurs échelles d'application. Par exemple, on considère le passage d'un modèle de simulation de la demande de transport à un modèle microscopique d'écoulement du trafic. Les premiers sont habituellement appliqués à une ville entière ou à une agglomération. Les seconds se concentrent sur une petite portion d'un réseau, généralement une ou quelques voies particulières. Pour passer de l'un à l'autre, il est nécessaire de réduire la matrice origine-destination à la zone concernée par le modèle microscopique

(Casas et al., 2010). Une des possibilités est d'affecter les flux sur le réseau général de manière statique et d'enregistrer les déplacements entrant, sortant et restant dans la zone couverte par le modèle microscopique. De cette manière on obtient une sous-matrice origine-destination correspondant au sous-réseau étudié. Cependant ce processus possède des limites. En effet, la simulation microscopique de l'écoulement du trafic amène à recalculer les variables de l'étape d'affectation (e.g. le débit ou les vitesses peuvent être pris en compte dans le calcul du coût généralisé). Ainsi, un conducteur dont l'itinéraire passe par la zone d'étude couverte par le modèle microscopique peut avoir à disposition une meilleure alternative ne passant pas par cette zone. Ce changement impacte l'affectation initiale et donc la sous-matrice origine-destination utilisée en entrée du modèle microscopique. Dans cette configuration, il est nécessaire de prévoir un bouclage de la chaîne de modélisation comprenant le modèle statique de simulation de la demande de transport et le modèle microscopique d'écoulement du trafic. Ce bouclage amène à une succession d'étapes d'agrégation et de désagrégation des flux sources d'imprécisions.

Le passage d'un modèle statique à un modèle dynamique puis le retour à un modèle statique pour bouclage ne sont donc pas évidents et sont, à notre connaissance, peu détaillés dans les documentations des modèles existants. Ainsi, les modélisateurs du trafic et en particulier ceux travaillant sur des modèles microscopiques préfèrent utiliser les résultats d'enquêtes ou de campagnes de comptages en entrée de leur modèle dynamique. Cela donne aussi une nouvelle explication de la relative segmentation de ces deux approches de modélisation dans le champ opérationnel. Un autre élément de discussion est à rechercher du côté des objectifs poursuivis dans chaque famille de modèles.

3. Différents objectifs dans l'utilisation des modèles dans les projets de transport

En plus des incompatibilités mathématiques et d'échelles entre les modèles statiques et dynamiques, ces deux familles de modèles ont des objectifs différents et n'interviennent pas au même moment dans les projets de transport.

Lors de l'élaboration d'un projet de création ou de transformation d'une infrastructure, les modèles de simulation de la demande de transport interviennent dans l'évaluation économique du projet. Les investissements pour de nouvelles infrastructures de transport sont très coûteux et pour en évaluer l'utilité on réalise une analyse socio-économique des projets (Bérion et al., 2007). Ces analyses se basent sur une méthode relevant du calcul économique notamment guidé par le « rapport Boiteux » (Boiteux, 2001) permettant ainsi d'apprécier la rentabilité des projets de transport. Une des composantes de cette analyse est l'évaluation de la demande de trafic sur la nouvelle infrastructure. Cette dernière peut être effectuée grâce à une chaîne de modélisation à quatre étapes ou plus globalement grâce à un modèle statique de prévision de la demande de transport. Ces modèles interviennent donc en amont de la réalisation d'un projet afin d'en déterminer leur pertinence ou leur rentabilité.

On utilise aussi les modèles de prévision de la demande de transport dans des modèles plus larges comme les modèles LUTI (Land Use and Transport Integrated). Ces modèles permettent de simuler les interactions entre transport et occupation du sol afin de tester ou d'imaginer des scénarios d'aménagement d'un territoire (Deymier et Nicolas, 2005). La plupart d'entre eux incluent un sous

modèle de simulation de la demande de transport, lequel interagit avec un modèle d'occupation du sol. Les modèles statiques de simulation de la demande de transport sont donc surtout employés dans un cadre prospectif ou de planification en amont des projets et dans lequel l'horizon temporel est le moyen voire le long terme.

L'émergence des modèles dynamiques de simulation de l'écoulement du trafic répond à un changement de focal des politiques de transport en lien avec la situation économique des années 1970-1980 (Bonnaïfous et Masson, 2003; Chatzis, 2011). Ainsi, même si de nouvelles infrastructures sont toujours construites, on cherche désormais à gérer, à optimiser ou à améliorer celles déjà existantes. Cela passe, par exemple, par la mise en place de schémas de circulation particuliers, lesquels sont élaborés grâce aux modèles de simulation de l'écoulement du trafic. On les utilise donc pour tester l'aménagement de carrefours (création d'un carrefour giratoire par exemple), ou pour évaluer l'impact d'un nouvel aménagement de la chaussée. On se sert également des modèles de trafic au quotidien pour la gestion des infrastructures. L'horizon temporel de ce type de modèle est donc plus immédiat : les modélisateurs travaillent sur un horizon à très court termes, court termes voire à moyen termes.

Les différences de temporalités et d'objectifs entre les deux approches de modélisation dans le domaine des transports donnent une autre explication de la séparation de ces deux approches dans le champ opérationnel. Pourtant, le modèle complet intégrant à la fois un modèle de simulation de la demande de transport et un modèle d'écoulement du trafic à un réel intérêt. Un tel modèle permet de connaître la demande de transport en même temps qu'est réalisée la simulation de l'écoulement du trafic.

Conclusion

On a vu dans les précédents chapitres que le champ de la modélisation dans le domaine des transports se divise en deux grandes approches.

D'un côté on a les modèles statiques de simulation de la demande transport qui se basent en majorité sur une chaîne de modélisation à quatre étapes. Ces modèles sont généralement utilisés à des fins de prévision en amont de la réalisation d'une infrastructure et traitent d'un horizon temporel à moyen ou long termes. De l'autre côté, on a les modèles dynamiques de simulation de l'écoulement du trafic. Ceux-ci sont appliqués à différentes échelles selon que l'on considère un modèle macroscopique ou un modèle microscopique. Ils sont utilisés pour la gestion des infrastructures afin d'en optimiser ou d'en améliorer le fonctionnement à court ou très court termes.

Plusieurs freins s'opposent à la construction d'une chaîne de modélisation complète comprenant un modèle de prévision de la demande de transport et un modèle de simulation de l'écoulement du trafic. La différence de relation au temps, les freins opérationnels, leur utilisation au sein des projets de transport ainsi que leurs objectifs rendent difficile la construction de cette chaîne complète de modélisation. Pourtant, un tel modèle permet de connaître la demande de transport en même temps qu'est réalisée la simulation de l'écoulement du trafic. L'intégration de ces deux approches au sein d'un même modèle plus global permet de s'affranchir ou au moins de lever certaines limites inhérentes à l'enchaînement de différents sous-modèles.

Dans la suite de cette thèse, on cherche à coupler ces deux approches de modélisation au sein d'un même modèle. Pour se faire, on part d'une analogie déjà évoquée dans les précédents chapitres.

En effet, on a vu que l'analogie entre l'écoulement d'un fluide et celui du trafic est au cœur de plusieurs approches de modélisation et notamment du modèle LWR (cf. partie 1, chapitre 2, section 2.2) ou encore du modèle de Vickrey (cf. partie 1, chapitre 2, section 2.3). On se propose de baser notre modèle sur ce même principe d'analogie. L'hypothèse générale est la suivante :

L'écoulement du trafic routier quotidien est analogue à celui d'un liquide (physique).

Plus précisément, on considère un écoulement d'eau depuis le sommet d'un relief se rapprochant d'une montagne vers un ou plusieurs exutoires (cf. figure 13). Au sommet de celui-ci, on introduit un flux d'eau. C'est le flux d'entrée, lequel est analogue à l'étape de génération de la chaîne de modélisation à quatre étapes. Ce fluide, s'écoule ensuite sur le relief, en se répartissant dans les cours d'eau ou les canaux en fonction des pentes du relief. La distribution du flux d'eau se fait selon les lois de la gravitation qui rappellent celles à l'œuvre dans les modèles gravitaire (cf. partie 1, chapitre 1, section 2) utilisés dans la deuxième étape du modèle à quatre étapes. En s'écoulant, le fluide emprunte un itinéraire plutôt qu'un autre. Cet itinéraire est déterminé à chaque bifurcation en fonction des pentes du relief. Les chemins suivis correspondent à l'étape d'affectation de la chaîne de modélisation à quatre étapes. Enfin, la cinématique du flot, c'est-à-dire les paramètres de vitesse, de débit et de hauteur d'eau, retranscrit le comportement macroscopique dynamique du flux de trafic au cours du temps.

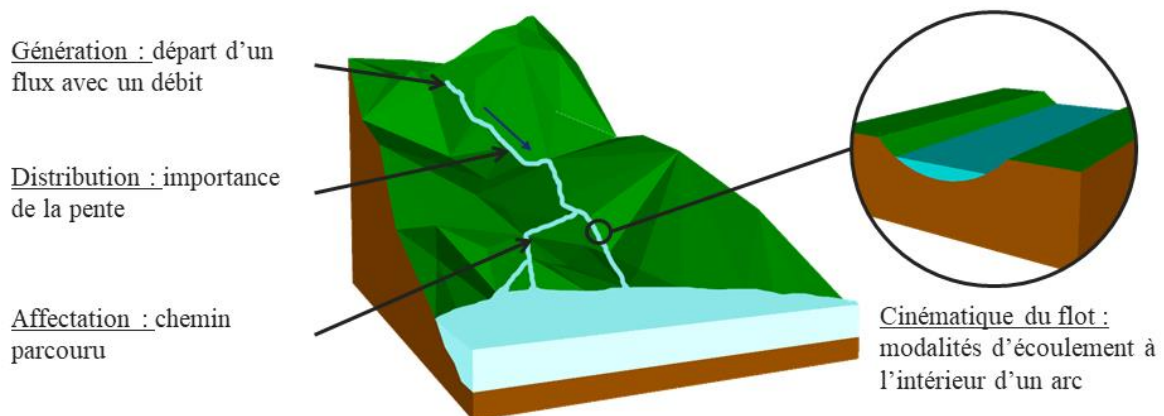


Figure 13 Analogie entre écoulement d'un liquide et écoulement du trafic

Dans ce nouveau modèle, plusieurs variables entrent en jeu. En entrée, on a la population p_o , les caractéristiques socio-économiques m_d du territoire, un découpage du territoire ainsi que le réseau routier sous la forme d'un graphe. Ces données d'entrée, sont très similaires à celles d'une chaîne de modélisation à quatre étapes.

Au sein du modèle, on doit construire un relief spécifique à chacune des origines. Ainsi, l'altitude des nœuds est une des variables du modèle. À chaque nœud on associe autant de valeurs d'altitudes qu'il y a d'origines. Ces altitudes sont calculées en fonction des caractéristiques socio-économiques du territoire et des distances entre les nœuds origine n_o et ceux de destinations n_d (cf. figure 14).

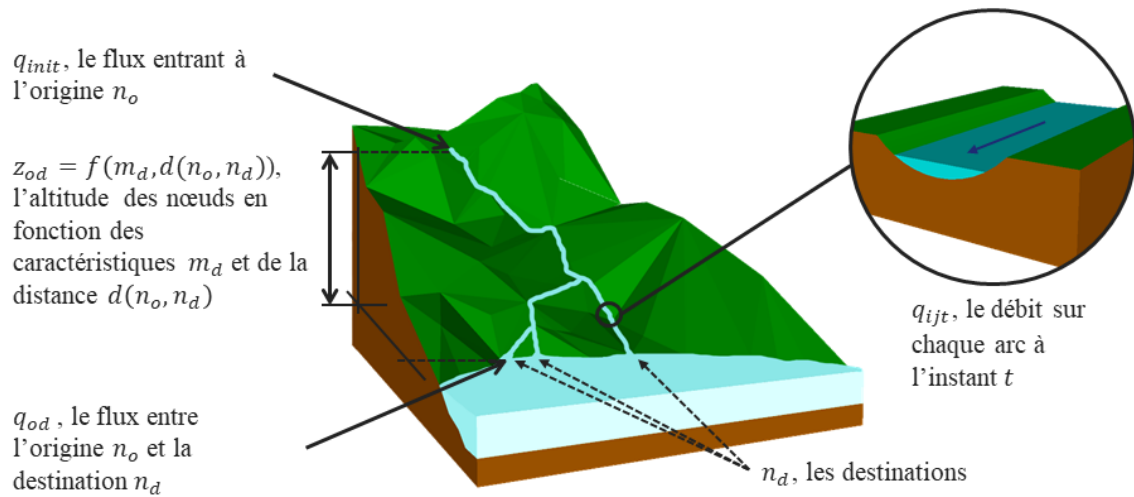


Figure 14 Variables du modèle

En sortie, on a deux variables : le flux total q_{od} ayant atteint chacune des destinations et le débit q_{ijt} pour chaque arc en fonction du temps. À partir de cette dernière variable, on calcule le débit total q_{ij} sur chaque arc. Le flux total et le débit total sur chaque arcs sont habituellement les sorties d'un modèle statique à quatre étapes. Le débit sur chaque arc en fonction du temps est quant à lui une des sorties d'un modèle dynamique d'écoulement du trafic. On souligne ici le caractère intégré du modèle. En effet, celui-ci est à même de reproduire les sorties d'un modèle de prévision de la demande de transport et celles d'un modèles de simulation de l'écoulement du trafic.

La construction de ce Modèle Intégré de Prévision et de Simulation du Trafic (MIPSiT) demande de lever trois questions ou verrous. La première question concerne les modalités d'écoulement du flux. Selon l'analogie décrite précédemment, il s'agit de poser le système d'équations qui régit l'écoulement d'un fluide ainsi que sa méthode de résolution. Ces éléments sont exposés dans le premier chapitre de la partie suivante et constituent le « module d'écoulement » du modèle MIPSiT.

La deuxième question est celle relative à la méthode de construction du support de l'écoulement. Plus précisément, on cherche à concevoir un relief à partir des caractéristiques socio-économiques du territoire et du réseau routier qui permette un écoulement d'eau selon des lois de type gravitaire. La construction d'un tel relief est abordée dans le deuxième chapitre de la partie suivante et constitue le « module de construction du support de l'écoulement » du modèle MIPSiT.

Enfin, il est possible que la complexité du réseau routier à l'échelle du territoire d'étude entraîne une complexité numérique lors du calcul de l'écoulement. La troisième question qui se pose est celle de la construction du graphe routier passé en entrée du modèle. On cherche donc à construire un graphe routier pour lequel le niveau de détails et les propriétés sont en adéquation avec les contraintes de la simulation. La construction du graphe est évoquée dans le troisième chapitre de la partie suivante et constitue le « module de simplification » du modèle MIPSiT.

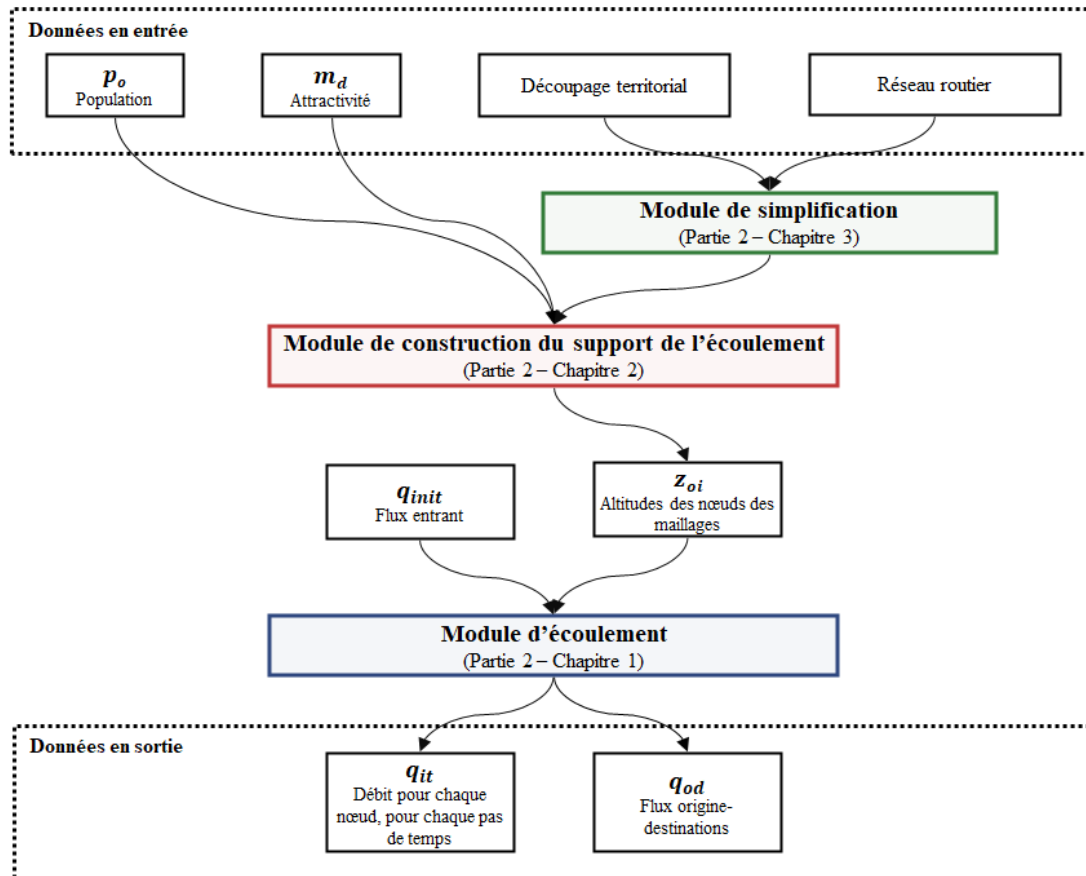


Figure 15 Logigramme simplifié du modèle MIPSiT

Partie 2. Méthodologie

Dans la partie précédente, on a positionné notre modèle au sein du domaine de la modélisation des déplacements. Ce modèle recouvrant à la fois les approches de prévision de la demande de transport et de simulation de l'écoulement du trafic nécessite de lever trois verrous ou questions.

La première, traitée dans le premier chapitre de cette partie, renvoie aux modalités d'écoulement du flux. Il s'agit de définir les équations qui régissent cet écoulement, la méthode de résolution du système d'équations correspondant ainsi que les différents paramètres nécessaires à la définition et à la résolution de ces équations. Sur ces bases, on détaille également les spécificités du logiciel TELEMAC-2D lequel constitue le module d'écoulement du modèle MIPSiT.

La deuxième question est relative à la méthode de construction du support de l'écoulement. Dans le deuxième chapitre, on élabore une figure géométrique en trois dimensions assimilable à un relief. Ce dernier est une discrétisation de l'espace caractéristique d'une méthode en éléments finis. Il est modelé de manière à refléter les rapports d'attractivité entre les différentes zones du territoire d'étude.

Enfin, compte tenu des spécificités du support de l'écoulement et de la méthode de résolution des équations de Saint-Venant, le graphe routier passé en entrée doit être simplifié. Dans le troisième chapitre, on lève la dernière question en revenant sur les modalités de construction d'un graphe représentant le réseau routier. On définit ainsi un niveau d'abstraction du réseau routier en adéquation avec les contraintes induites par les deux précédents modules du modèle.

Chapitre 1. Analogie physique

Dans ce chapitre on traite de la première question relative aux modalités de l'écoulement du trafic. Avant de s'intéresser au système d'équations dynamiques de notre modèle, on commence par exposer les analogies entre l'écoulement du trafic et l'écoulement de l'eau. Cette comparaison nous amène ensuite à établir un système d'équations particulier : le système d'équations de Saint-Venant. Comme ce système ne possède pas de solution analytique, on définit ensuite la méthode des éléments finis afin d'en trouver une solution approchée. Enfin, on présente le logiciel TELEMAC-2D, outil utilisé dans le domaine de l'hydraulique pour simuler un écoulement d'eau selon les hypothèses de Saint-Venant.

1. Equations de Saint-Venant

Pour simuler l'écoulement du trafic selon une analogie avec un écoulement d'eau, on doit se donner un système d'équations à même de décrire cet écoulement selon les variables caractéristiques du trafic (vitesse, débit, concentration). En premier lieu on analyse les éléments d'analogie entre un écoulement d'eau et l'écoulement du trafic. On établit sur les bases de cette analogie un système d'équations correspondant aux équations de Barré de Saint-Venant.

1.1. Analogies entre l'écoulement du trafic et l'écoulement de l'eau

Il est possible d'analyser un écoulement d'eau de différentes manières selon le milieu dans lequel il a lieu et selon la finesse de description que l'on souhaite en faire. Dans notre cas on considère un écoulement d'eau dans un canal ou dans un cours d'eau de caractéristiques relativement uniformes.

Ce type d'écoulements est dit à surface libre, c'est-à-dire que les seules forces de pression qui s'appliquent sont celles issues de la pression atmosphérique. Ils sont principalement gouvernés par les lois de gravité et donc par la pente du cours d'eau ainsi que par les forces de frottement. Ces dernières sont liées à la géométrie du cours d'eau ainsi qu'à la nature des bords et du fond. Ainsi, les ressauts (les obstacles sur le cours d'eau), la largeur du miroir (la largeur de l'interface entre l'eau et l'atmosphère), le périmètre mouillé (le linéaire de berges et de fond au contact de l'eau), la surface mouillée (la section d'écoulement transversale), le rayon hydraulique (le ratio entre la surface mouillée et le périmètre mouillé), la profondeur maximum ou encore la profondeur hydraulique (la hauteur d'eau d'un canal de section rectangulaire de même surface et de même largeur que le miroir) sont autant de paramètres qui permettent de caractériser un écoulement d'eau dans un canal ou un cours d'eau.

Un écoulement d'eau peut être décrit par trois variables : son débit, sa vitesse et sa hauteur (ou profondeur). Lorsque la profondeur est faible, on considère généralement que le débit et la vitesse sont uniformes sur la verticale, ramenant la description de l'écoulement de l'eau à un problème en deux

dimensions et non plus en trois dimensions. On utilise cette approximation dès lors que la profondeur est petite au regard des dimensions du milieu (*e.g.* la hauteur d'eau dans un fleuve est petite par rapport à sa longueur, ou encore la profondeur des océans est petite par rapport à leur étendu). Sur un tronçon de cours d'eau pour lequel il n'y pas de confluence, de diffluence, de pertes ou de gains intermédiaires, le débit entrant est égal au débit sortant du tronçon. On a donc une continuité des débits. Par ailleurs, l'ensemble des paramètres précédents (largeur du miroir, périmètre mouillé, surface mouillée, profondeur, ...) évoluent avec le débit. Les vitesses, issues de la balance entre les forces de gravité et de frottement, s'adaptent aux modifications de la section du cours d'eau. À débit équivalent, on observe une vitesse plus importante pour des sections plus étroites. À l'inverse, une section plus importante, est synonyme de vitesses moins élevées. Une observation similaire peut être faite pour la hauteur d'eau.

Si on fait un parallèle avec l'écoulement du trafic, on retrouve des propriétés comparables. On considère ici le trafic comme un flux continu, ce qui correspond à l'approche macroscopique des modèles d'écoulement du trafic développés précédemment (cf. partie 1, chapitre 2, section 2). L'écoulement du trafic se matérialise dans un espace en deux dimensions (si on fait abstraction du relief topographique). Il est fonction de plusieurs paramètres. Par exemple, dans un modèle gravitaire les flux sont fonctions de l'attractivité associée aux différents pôles d'un territoire. Le principal frein ou facteur de résistance est alors la distance à parcourir. Sur un tronçon de route donné, le flux de trafic est caractérisé par trois variables : le débit, la vitesse et la concentration ou densité du trafic. Ces trois variables, reliées par l'équation fondamentale du trafic (cf. équation 5), sont aussi fonctions des caractéristiques du tronçon comme la largeur, le nombre de voies, les éventuelles obstacles, la limitation de vitesse ou encore l'environnement.

La continuité des débits n'est pas aussi évidente que pour un écoulement d'eau. En effet, si on souhaite conserver un débit malgré les contraintes liées à l'infrastructure (par exemple une réduction du nombre de voies) il est nécessaire que la vitesse du flux ou la concentration en véhicules augmente. Cependant, la vitesse est théoriquement bornée par la vitesse maximale autorisée et la concentration maximale ne peut excéder une valeur limite (situation où les véhicules sont pare-chocs contre pare-chocs). De plus, comme on l'a vu lorsqu'on a abordé la question des diagrammes fondamentaux, la concentration et la vitesse sont liées par une fonction décroissante : plus la concentration augmente, plus la vitesse diminue et inversement. Ainsi, sur un tronçon de route sans intersections et sans apport ou pertes de trafic, il peut exister des variations de débits entre l'entrée et la sortie du tronçon. Ce point distingue le flux de trafic d'un flux d'eau. Le flux de trafic peut être assimilé à un fluide compressible (la densité du trafic n'est pas constante) tandis que l'eau est un fluide incompressible.

Sur un tronçon, les obstacles ou les modifications des caractéristiques de l'infrastructure amènent à un changement de la vitesse du flux. Cette vitesse peut être vue comme une balance entre la vitesse théorique maximale autorisée et les contraintes liées à l'environnement, à la sécurité ou à la nature de l'infrastructure.

Variables de l'écoulement de l'eau		Variable analogue dans l'écoulement du trafic routier	
Variable	Unité	Variable	Unité
Hauteur d'eau	m	Concentration/densité	Véhicule/km
Vitesse	m/s	Vitesse	km/h
Débit	m ³ /s	Débit	Véhicule/h
Temps	s	Temps	h
Contraintes de frottement		Contraintes d'environnement	

Tableau 1 Variables analogues dans un écoulement d'eau et dans l'écoulement macroscopique du trafic

Le tableau 1 montre l'analogie entre les variables caractérisant l'écoulement de l'eau et celles caractérisant l'écoulement du trafic. Le parallèle entre les variables de vitesse et de débits du flux de fluide et du flux de trafic est évident : il s'agit des variables permettant de caractériser un flux quel que soit sa nature.

L'analogie entre hauteur d'eau et concentration du trafic est moins évidente. La principale différence tient au fait que l'eau est un fluide incompressible alors que le flux de trafic peut être considéré comme compressible jusqu'à une certaine limite. En effet, la concentration (ou densité) du trafic correspond au nombre de véhicules présent par unité de longueur au temps t . Celle-ci varie d'une valeur nulle (traduisant une absence de véhicules) à une valeur limite k_{max} (situation où les véhicules sont parechoc contre parechoc) en fonction du débit et de la vitesse. Dans notre approche de l'écoulement de l'eau, on a ramené le problème à un cadre bidimensionnel en considérant le flux comme uniforme sur la verticale. Dans ce cadre, la hauteur d'eau, peut être considérée comme un équivalent de la concentration. Ainsi, le flux a la possibilité de s'étendre dans la troisième dimension par variation de la hauteur d'eau.

Enfin, que ce soit l'écoulement du trafic ou l'écoulement de l'eau, des facteurs externes liés à l'environnement impactent la vitesse du flux. Dans le cas du trafic ce sont les contraintes induites par l'infrastructure et l'environnement et dans le cas d'un écoulement d'eau ce sont l'ensemble des forces de frottement résultant de la nature du fond et des parois du cours d'eau.

Dans ces deux types d'écoulement, on est en présence d'un système de trois variables reliées entre elles de la manière suivante. Le débit est égal au produit de la vitesse et de la concentration (ou hauteur d'eau). Pour modéliser les flux de trafic selon notre analogie avec un écoulement d'eau, on cherche à décrire l'évolution spatio-temporelle de deux de ses variables (typiquement la vitesse et la hauteur d'eau).

1.2. Construction des équations décrivant l'écoulement d'un fluide

À partir de l'analogie établit dans la première section, on commence par préciser un ensemble d'hypothèses nécessaires à la construction d'un système d'équations décrivant l'écoulement d'un fluide lequel serait assimilable à un flux de trafic.

1.2.1. Hypothèses de Saint-Venant

On cherche à construire un système d'équations permettant de simuler un écoulement d'eau dans l'espace en deux dimensions et ayant pour inconnues la hauteur d'eau h ainsi que la vitesse du fluide v . Cette vitesse est exprimée sous la forme d'un vecteur ayant une composante dans chacune des deux directions du plan. Les autres paramètres de ce système d'équations incluent des termes liés aux frottements et d'autres liés à la gravité, principal moteur de l'écoulement. Des variables telles que les variations de température ne sont pas prises en compte. Ainsi, la masse volumique du fluide est considérée comme constante dans le temps et l'espace.

On considère un écoulement d'eau sans apports ni pertes de fluide dans lequel le fond est supposé varier faiblement au regard de la longueur des cours d'eau ou des canaux étudiés. Localement, la pente du fond est modérée c'est-à-dire que si θ est l'inclinaison du fond, $\tan(\theta)$ est inférieure à 0,1. Cette condition implique une hauteur d'écoulement (hauteur de la surface libre) uniforme sur de courts tronçons et variant progressivement sur la longueur du cours d'eau. Par ailleurs, le fond est considéré comme stable au cours du temps c'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des phénomènes d'érosion ou de dépôts de sédiments.

La vitesse de l'écoulement est supposée uniforme sur la verticale : elle ne varie donc pas en fonction de la hauteur d'eau (cf. figure 16b). Comme énoncé précédemment, cela permet de ramener le problème à celui du mouvement d'un fluide en deux dimensions analogue à celui de l'écoulement du trafic. La vitesse est donc exprimée selon le vecteur : $\vec{v} = (v_x(x, t), v_y(y, t))$ en fonction de la position et du temps. Les contraintes de frottement sur le fond et les parois s'appliquent à l'ensemble de la tranche de fluide.

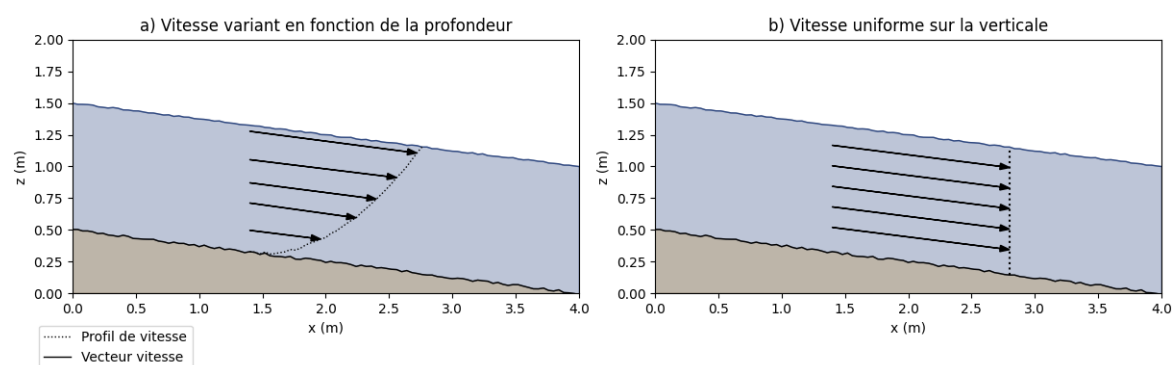


Figure 16 Profil de vitesse selon les hypothèses de Saint-Venant

Enfin, la largeur du cours d'eau ou du canal est prise uniforme sur de courtes sections. On a donc des variations progressives du profil du cours d'eau.

Ces hypothèses, sont celles prises par Adhémar Barré de Saint-Venant en 1871 (Delestre, 2010) dans la présentation des équations qui portent aujourd'hui son nom.

1.2.2. Equation de continuité

Selon les hypothèses exposées dans la section précédente, la masse de fluide reste constante au cours de l'écoulement. En effet, on a pris un écoulement sans apports ni pertes et une masse volumique constante sur toute la durée de l'écoulement. Dans ce cas, on peut formuler une première équation exprimant cette conservation de la masse de fluide dans le temps et l'espace. Cette équation est aussi appelée équation de continuité. On la retrouve dans les modèles macroscopiques de simulation de l'écoulement du trafic comme le modèle LWR évoqués dans la section 2.2, du chapitre 2 de la première partie.

Pour plus de simplicité, on raisonne dans le cas d'un écoulement unidirectionnel selon la situation représentée sur la figure 17.

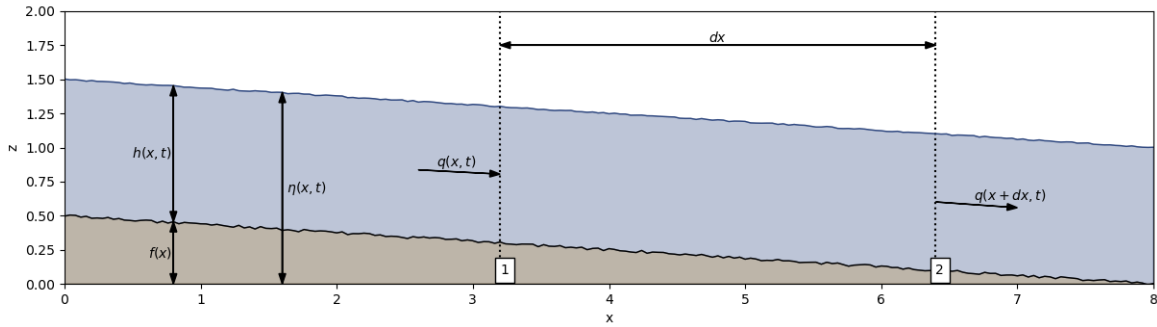


Figure 17 Schéma d'un écoulement d'eau unidimensionnel

On dresse le bilan des masses en présence lors de l'écoulement d'un fluide dans une petite section dx d'un cours d'eau. On a un flux entrant par la section 1 et un flux sortant par la section 2. Ceux-ci s'écrivent respectivement :

$$q(x, t)dt$$

et :

$$q(x + dx, t)dt = q(x, t)dt + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} dx dt$$

On doit aussi tenir compte de la variation du flux liée à la variation de la surface libre. Celle-ci s'exprime de la manière suivante :

$$\Delta \eta dx = \frac{\partial \eta}{\partial t} dt dx$$

Avec η , la cote de la surface libre et $\eta = f + h$, où $f(x)$ est la cote du fond et $h(x, t)$ la hauteur d'eau.

L'équation de continuité, qui traduit la conservation de la masse au cours du temps s'obtient en établissant que les variations de flux liées à l'élévation de la surface libre sont égales à la différence entre le flux entrant et le flux sortant de la section de cours d'eau. On a donc :

$$\frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} dt dx = q(x, t) dt - q(x, t) dt - \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} dt$$

q , est le flux. Il s'agit donc du produit de la hauteur d'eau h et de la vitesse v . Par ailleurs, comme f ne dépend pas du temps et qu'on a $\eta(x, t) = f(x) + h(x, t)$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} &= - \frac{\partial h(x, t) v(x, t)}{\partial x} \\ \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial h(x, t) v(x, t)}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

Cette dernière équation correspond à l'équation de continuité. Celle-ci se généralise en deux dimensions :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h v_x}{\partial x} + \frac{\partial h v_y}{\partial y} = 0 \quad 7$$

Avec v_x et v_y les composantes en x et en y du vecteur vitesse $\vec{v}$. Comme pour les modèles d'écoulement du trafic, cette équation n'est pas suffisante pour décrire le mouvement d'un fluide.

1.2.3. Approximation hydrostatique

Comme pour tout objet, un fluide est caractérisé par une quantité de mouvement. Selon les hypothèses formulées précédemment, on considère que l'écoulement de l'eau dans un cours d'eau peu profond est un problème en deux dimensions. Le système d'équations final comprend donc deux équations pour exprimer la quantité de mouvement, une dans chacune des composantes de l'espace en deux dimensions.

Généralement, pour étudier un fluide et en l'occurrence son mouvement, on part de la situation où le fluide est immobile sur un fond parfaitement horizontal. Dans ces conditions, le fluide est caractérisé par la formule d'équilibre de la pression. Celle-ci traduit l'équilibre des forces de pression sous l'effet de la gravité. Selon les hypothèses précédentes, la pression ne dépend que de la gravité et de la densité du fluide. Dans ces conditions, on parle d'équilibre hydrostatique : la pression à une profondeur z varie en fonction du poids de la colonne d'eau au-dessus de z . On pose, P_0 la pression dans l'air au-dessus de la surface libre. Comme l'eau est un fluide incompressible, on exprime la variation de la pression en fonction de la profondeur de la manière suivante :

$$P(z) = P_0 - \rho g(\eta - z) \quad \forall z \in]0, \eta[\quad 8$$

Avec :

- z , la hauteur ;
- $P(z)$, la pression ;
- P_0 , la pression de l'air au-dessus de la surface libre ;
- ρ , la densité ou masse volumique du fluide ;
- g , l'accélération de pesanteur ;
- η , la cote de la surface libre (dans le cas d'un fluide au repos, celle-ci est constante).

On suppose désormais qu'il existe une petite perturbation de cette situation stable due à une variation du fond de la rivière. Celui-ci n'est plus parfaitement plan mais légèrement en pente tel qu'exposé dans les hypothèses précédentes. La pression est quant à elle supposée rester hydrostatique. L'équation 8 devient :

$$P(z) = P_0 - \rho g(\eta - z) \quad \forall z \in]f, f + h[\quad 9$$

Avec :

- $f(x, y)$, la forme du fond ;
- $h(x, y, t)$, la hauteur d'eau ;
- $\eta(x, y, t) = f(x, y) + h(x, y, t)$, la cote de la surface libre.

Dans la suite on ne tient compte que de la surpression c'est-à-dire que l'on ignore le terme P_0 et on ne considère que la pression à la surface libre.

Les équations de la mécanique des fluides font intervenir un gradient de pression. Cette grandeur vectorielle donne la direction et l'importance des changements de pression. Elle est un des éléments responsable du mouvement du fluide. Ce gradient de pression est donné en deux dimensions par :

$$\overrightarrow{grad}(P) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Par ailleurs les équations que l'on cherche à établir illustrent les perturbations de la couche liquide. Aussi, elles doivent inclure un terme illustrant les variations de la surface libre η . On introduit donc également un gradient de $\rho g \eta$. Comme le fluide considéré est de l'eau et qu'il s'agit d'un fluide incompressible, la masse volumique ρ est constante dans le temps et l'espace. Ce gradient de surface libre est donnée en deux dimensions par :

$$\overrightarrow{grad}(\rho g \eta) = \begin{pmatrix} -\rho g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ -\rho g \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Ainsi, à partir de l'équation 9 (page 64), on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{cases} \quad 10$$

Il s'agit désormais d'utiliser ce gradient de pression pour retrouver les équations exprimant les variations de la quantité de mouvement.

1.2.4. Equations de la quantité de mouvement

Pour établir les équations de la quantité de mouvement, on part de la seconde loi de Newton qui stipule que la somme des forces extérieures est égale à la dérivée, par rapport au temps, de la quantité de mouvement, c'est dire à la variation de la quantité de mouvement dans le temps :

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Avec :

- $\vec{F}_i$, les forces extérieures ;
- $\vec{p}$, la quantité de mouvement.

La quantité de mouvement $\vec{p}$ est égale au produit des masses m et du vecteur vitesse $\vec{v} = (v_x, v_y)$. On a :

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{dm\vec{v}}{dt}$$

Les différentes forces en présence dans un écoulement d'eau sont les forces de pression, les forces liées à la pente et les forces de frottements sur le fond et les parois. Le bilan des forces de pression est obtenu par intégration du gradient de pression (équation 10 page 64) sur la hauteur d'eau (c'est-à-dire entre l'altitude du fond et celle de la surface libre).

$$\begin{aligned} \int_f^\eta P(x, y, z, t) dz &= \begin{cases} \int_f^\eta \rho g \frac{\partial(\eta - z)}{\partial x} dz \\ \int_f^\eta \rho g \frac{\partial(\eta - z)}{\partial y} dz \end{cases} \\ &= \begin{cases} -\rho g \left[\frac{1}{2} \frac{\partial(\eta - z)^2}{\partial x} \right]_f^\eta \\ -\rho g \left[\frac{1}{2} \frac{\partial(\eta - z)^2}{\partial y} \right]_f^\eta \end{cases} \\ &= \begin{cases} -\frac{\rho g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} \\ -\frac{\rho g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y} \end{cases} \end{aligned}$$

Les forces liées à la gravité sont obtenues de la manière suivante en fonction de la pente du fond :

$$\begin{cases} -mg \frac{df}{dx} \\ -mg \frac{df}{dy} \end{cases} = \begin{cases} -\rho h g \frac{df}{dx} \\ -\rho h g \frac{df}{dy} \end{cases}$$

Enfin, on note l'ensemble des forces de frottement :

$$\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_y)$$

D'après la deuxième loi de Newton on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dmv_x}{dt} = -\frac{\rho g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} - \rho h g \frac{df}{dx} - \tau_x \\ \frac{dmv_y}{dt} = -\frac{\rho g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y} - \rho h g \frac{df}{dy} - \tau_y \end{cases}$$

Dans la suite de cette démonstration, on traite uniquement de la simplification de l'équation en x . Le raisonnement pour celle en y est identique. Comme le fluide considéré est de l'eau (fluide incompressible), on a $m = \rho h$ et donc :

$$\frac{d\rho h v_x}{dt} = -\frac{\rho g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} - \rho h g \frac{df}{dx} - \tau_x$$

Soit, en développant :

$$\frac{h dv_x}{dt} + \frac{v_x dh}{dt} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} - h g \frac{df}{dx} - \frac{\tau_x}{\rho} \quad 11$$

Les termes $\frac{dv_x}{dt}$ et $\frac{dh}{dt}$ désignent des dérivées totales. On peut donc écrire :

$$\frac{h dv_x}{dt} = h \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right) = \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} - v_x \frac{\partial h}{\partial t} - v_x \frac{\partial h v_x}{\partial x} - v_x \frac{\partial h v_y}{\partial y}$$

Et :

$$\frac{v_x dh}{dt} = v_x \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right) = \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} - h \frac{\partial v_x}{\partial t} - h v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - h v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

D'après les règles de dérivation des fonctions composées on a :

$$\frac{h dv_x}{dt} + \frac{v_x dh}{dt} = \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y}$$

Ce qui, injecté dans l'équation 11, donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} &= -g \left(\frac{1}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x} + h \frac{df}{dx} \right) - \frac{\tau_x}{\rho} \\ \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} &= -g \left(h \frac{\partial h}{\partial x} + h \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right) - \frac{\tau_x}{\rho} \\ \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} &= -g h \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \end{aligned}$$

En appliquant un raisonnement similaire à l'équation en y , on obtient les équations de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \\ \frac{\partial h v_y}{\partial t} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial h v_y^2}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} \end{cases} \quad 12$$

1.2.5. Système d'équations de Saint-Venant

Finalement, à partir des équations 7 (page 63) et 12 (page 67) on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h v_x}{\partial x} + \frac{\partial h v_y}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial h v_x}{\partial t} + \frac{\partial h v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \\ \frac{\partial h v_y}{\partial t} + \frac{\partial h v_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial h v_y^2}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} \end{cases} \quad 13$$

Il s'agit des équations de Barré de Saint-Venant (Barré de Saint-Venant, 1871). Celles-ci permettent de calculer la hauteur d'eau et la vitesse moyenne d'un écoulement en fonction du temps (système non stationnaire). Ces équations sont régulièrement utilisées en hydraulique pour modéliser l'écoulement de l'eau d'un fleuve ou le mouvement des marées. On trouvera des formulations différentes selon les hypothèses énoncées et selon l'utilisation de ces équations. Dans tous les cas, il s'agit d'écoulements dont la profondeur est petite devant les dimensions du support d'écoulement. Pour un fleuve, la profondeur est de l'ordre de quelques mètres alors que le fleuve s'écoule sur plusieurs kilomètres voire centaines de kilomètres. Il en est de même pour les marées, où la profondeur de l'océan est de l'ordre de quelques kilomètres alors que ceux-ci s'étendent sur plusieurs milliers de kilomètres carrés.

Le système d'équations de Saint-Venant est un système continu (*i.e.* définit en chaque instant et pour chacune de ses variables). Si on se donne des hypothèses supplémentaires particulières on peut trouver des solutions à ce système. Cependant, dans le cas général en deux dimensions auquel on s'intéresse, le système de Saint-Venant ne possède pas de solution analytique. Une méthode de résolution est de discrétiser ces équations en les remplaçant par des équations algébriques. C'est notamment ce que l'on fait avec la méthode des éléments finis.

2. Résolution en éléments finis

On considère le système d'équations 13 de Saint-Venant pour simuler un écoulement d'eau analogue à celui du trafic. Ce système complet ne peut être résolu de manière analytique en l'état. Dans des cas spécifiques, on peut se donner un ensemble d'hypothèses supplémentaires pour

simplifier le système. En revanche, dans le cas général, on doit passer par une méthode de résolution permettant d'approcher la solution du système.

2.1. Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Comme d'autres équations aux dérivées partielles, les équations de Barré de Saint-Venant ne possèdent pas de solution analytique en deux dimensions ni en trois dimensions. Dans notre cas on en détermine une solution approchée. Pour se faire, on cherche à discrétiser le problème continu tel que formulé dans le système d'équations aux dérivées partielles. Plusieurs méthodes existent. La plus classique et la plus simple est la méthode des différences finis. Dans ce cas, on définit une formulation discrète du problème en remplaçant les dérivées par une différence de quotients impliquant les valeurs des inconnues en un nombre fini de points. Bien que relativement simple, cette méthode n'est pas la plus utilisée du fait notamment des conditions inhérentes à sa stabilité.

Une deuxième méthode est celle des éléments finis. Celle-ci est privilégiée par rapport aux autres du fait de sa versatilité. Elle peut être adaptée assez facilement à différents problèmes dont la formulation en équations aux dérivées partielles n'a pas de solution. Il est possible de traiter des géométries complexes, d'imposer des conditions aux limites ou des propriétés variables ou non linéaires aux matériaux considérés (Johnson, 1987). Ainsi, on utilise la méthode des éléments finis notamment en mécanique des sols et des roches, dans la thermodynamique et en mécanique des fluides.

Le concept des éléments finis est introduit par Turner, Clough, Martin et Topp en 1956 (Dhatt et Touzot, 1987). Ils introduisent un ensemble d'éléments de forme triangulaire pour représenter un milieu continu élastique en deux dimensions pour lequel ils souhaitent modéliser les déformations. Cette discrétisation de l'espace, ou triangulation, permet de rechercher les solutions du problème non plus pour tout l'espace modélisé mais pour un ensemble de points. À la suite de cette première expérience, la méthode des éléments finis connaît un fort développement dans les années 1960-1970 avec notamment le passage en dimension trois et l'émergence d'autres types d'éléments (*e.g.* des éléments quadrilatéraux). Cette méthode est généralisée comme outil de résolution des équations aux dérivées partielles et une base mathématique consolidant le socle théorique de la méthode est constituée.

L'étude et la construction d'une méthode en éléments finis n'est pas l'objet de cette thèse. Néanmoins, on se propose d'en exposer les principes généraux en lien notamment avec la résolution du système d'équations aux dérivées partielles de Saint-Venant et l'application que l'on souhaite en faire, à savoir pour la simulation du trafic.

2.2. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis repose sur la discrétisation d'un espace d'étude τ en un ensemble de sous-espaces t_i (les éléments) couvrant l'entièreté de l'espace initial sans se chevaucher. Les solutions d'un problème, comme par exemple le système d'équations de Saint-Venant, sont obtenus en construisant pour chaque élément un ensemble de fonctions. Ces fonctions sont des solutions

approchées du problème sur l'élément en question. Enfin, pour deux éléments partageant un bord commun, les solutions doivent s'interpoler sur ce bord.

La construction d'une méthode en éléments finis passe par plusieurs étapes dont la première est la discrétisation de l'espace initial τ . Ce processus de discrétisation est important dans la mesure où le nombre et la qualité des éléments jouent sur la précision de la solution approchée calculée avec la méthode des éléments finis. Généralement, un espace en deux dimensions est discrétisé en triangles, mais rien n'interdit de concevoir des éléments de formes différentes (*e.g.* des quadrilatères en deux dimensions) et pas nécessairement linéaires (*cf.* tableau2). On se limitera à la discrétisation de l'espace en triangles linéaires, forme la plus simple dans un espace en deux dimensions.

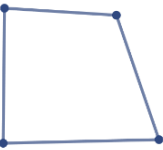
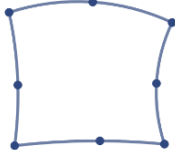
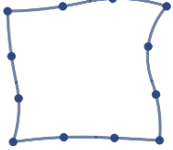
	Linéaire	Quadratique	Cubique
Éléments triangulaires			
Éléments quadrilatéraux			

Tableau 2 Exemples d'éléments en deux dimensions utilisables dans une méthode en éléments finis

Dans le domaine τ , on considère un ensemble N de points n_i . La discrétisation consiste en la création d'un ensemble de sous domaines t_i appelés éléments. Chaque élément t_i est défini de manière unique par les points $n_i \in N$ constituant leur bordure. De cette manière, chaque élément est distinct de tous les autres (*i.e.* ils ne se recouvrent pas) et, dans le cas d'éléments triangulaires, l'intersection de deux éléments contient au maximum deux points et une arête en commun. La figure 18 donne des exemples de mauvaises configurations d'éléments. L'ensemble de ces éléments forme un maillage du domaine initial. Si ce maillage respecte les conditions précédentes, il est dit conforme.

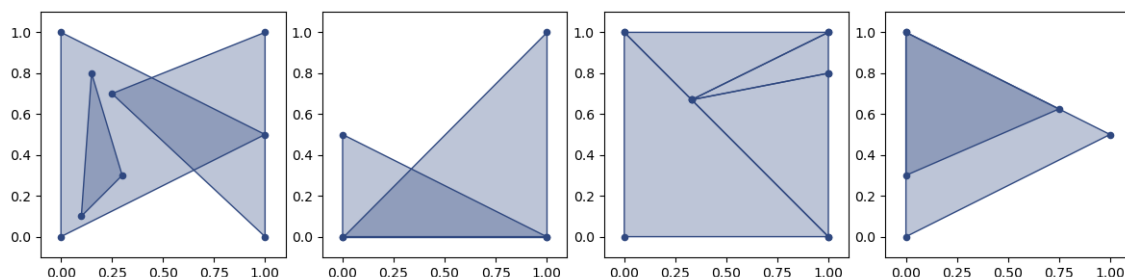


Figure 18 Exemples de configurations d'éléments non conformes

Cet ensemble d'éléments doit recouvrir du mieux possible le domaine initial. Cela implique que le maillage ne possède aucun trou et que la discrétisation corresponde aux bordures du domaine. Avec des éléments triangulaires, cela est possible lorsque le domaine a une forme polygonale mais plus difficile lorsque les bordures sont courbes. Dans ce dernier cas, on cherchera à approcher les bordures courbes le plus possible en diminuant la taille des éléments à proximité de celles-ci ou en considérant des éléments non linéaires.

Le maillage issu de la discrétisation du domaine initial n'a pas besoin d'être structuré et les éléments peuvent être de tailles variables (cf. figure 19). Cette non-structuration du maillage est particulièrement intéressante dans le cadre de la résolution des équations de Saint-Venant ou de tout problème faisant intervenir une topographie (Hervouet et al., 1998). En effet, elle permet de traiter des terrains complexes avec un nombre minimum d'éléments. Dans ce cas il s'agit de construire un maillage fin dans les zones où la topographie est la plus accidentée et des éléments plus grossiers pour les zones plus planes. De cette manière, une économie substantielle de nœuds et d'éléments peut être réalisée.

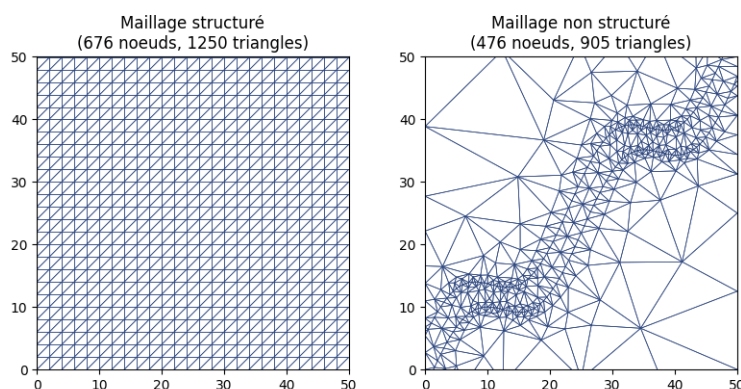


Figure 19 Exemples de maillages structuré et non structuré

Une fois le maillage constitué, on recherche la ou les fonctions solutions du système d'équations aux dérivées partielles. Pour le système de Saint-Venant, ces fonctions inconnues sont la hauteur d'eau et la vitesse toutes deux en fonction du temps t et de la position (x, y) . Avec la méthode des éléments finis on se propose d'approcher ces fonctions inconnues par des fonctions plus simples ne contenant pas de dérivées partielles. Généralement il s'agit de fonctions polynomiales de degré un ou deux. On

établit un système de fonctions propre à chaque élément et définit sur la partie du domaine initial correspondant à l'élément.

Ces systèmes de fonctions doivent permettre d'approcher la solution du système initial. Pour se faire une des principales contraintes est celle de la continuité des fonctions sur les bords des éléments. Chaque fonction, ou système de fonctions, définit pour un élément particulier doit être continue avec les fonctions ou systèmes de fonctions définis pour les éléments limitrophes. Cela contraint aussi la conception du maillage. Il est en effet impossible d'obtenir cette continuité avec des éléments non conformes.

L'ensemble des fonctions obtenues pour tous les éléments du domaine forment un grand système d'équations. La solution du système initiale est obtenue en résolvant ce système d'équations. Cette solution reste une solution approchée dans la mesure où l'on se base sur une discrétisation du domaine initial (*i.e.* une représentation simplifiée de celui-ci) pour l'obtenir. Cette solution converge vers la solution exacte à mesure que l'on diminue la taille des éléments. La précision de la solution est donc fortement corrélée à la taille des éléments mais aussi à la configuration du maillage au regard des résultats escomptés. En effet, là où l'on suppose que la solution varie rapidement, il est nécessaire de resserrer le maillage. Par exemple, dans un problème hydraulique comme celui modélisé par les équations de Saint-Venant, on observe des variations plus importantes lorsque la topographie varie aussi de manière importante. On a dans ce cas tout intérêt à affiner le maillage dans ces zones afin que les résultats soient les plus fiables possibles.

Toutefois, le problème étant résolu pour chaque élément, le coût du calcul est fortement lié au nombre d'éléments. On doit donc rechercher un juste équilibre entre la précision du maillage et le nombre d'éléments afin que la résolution se fasse en un temps raisonnable.

Comme dit précédemment, la résolution même des équations de Saint-Venant par la méthode des éléments finis dépasse le cadre de cette thèse. On se concentre uniquement sur la construction du maillage (*cf.* Chapitre 2 de cette partie). La résolution des équations de Saint-Venant par la méthode des éléments finis est réalisée avec le système de logiciels TELEMAC dans lequel elle est déjà implémentée.

3. Chaîne de modélisation TELEMAC

On souhaite simuler un écoulement d'eau en résolvant le système d'équations de Saint-Venant grâce à une méthode en éléments finis. Pour se faire on mobilise le logiciel TELEMAC-2D.

3.1. Le logiciel TELEMAC

Le système TELEMAC³ est un ensemble de logiciels de simulation numérique développé originellement par Electricité de France (EDF) et dédié au traitement de problèmes hydrauliques (Hervouet, 2000). Ce système inclut des logiciels de maillage et de dessin permettant de réaliser les

³ Le système TELEMAC est depuis 2009 un logiciel gratuit distribué sous licence GNU-GPL (<http://opentelemac.org/index.php/licence>)

opérations de prétraitement (saisie des données et maillage), et de post-traitement (affichage et analyse des résultats). Le cœur de TELEMAC est composé de logiciels permettant de réaliser des simulations numériques hydrodynamiques en deux (TELEMAC-2D) ou trois dimensions (TELEMAC-3D). Ces deux logiciels résolvent respectivement les équations de Saint-Venant en deux dimensions et de Navier-Stokes en trois dimensions grâce à une méthode en éléments finis. Dans cette thèse, seul TELEMAC-2D est utilisé.

Avec TELEMAC-2D, les équations de Saint-Venant sont résolues grâce à une méthode en éléments finis et à travers une grille faite de triangles non structurés (*i.e.* la grille n'a pas besoin d'être régulière) (Hervouet, 1998). En tous points du maillage, les inconnues du système d'équations sont la hauteur d'eau h ainsi que les deux composantes horizontales de la vitesse $\vec{v} = (v_x, v_y)$. Ce vecteur vitesse est une moyenne sur la verticale de la vitesse du fluide. À partir de ces deux variables, d'autres sorties peuvent être calculées comme la côte de la surface libre, les composantes horizontales du débit, etc. (Hervouet et Moulin, 1994). Dans notre cas, on s'intéresse uniquement aux hauteurs d'eau.

Le logiciel TELEMAC-2D bénéficie d'un large champ d'application dans la simulation des phénomènes hydrauliques. Il est utilisé dans le domaine de l'hydraulique maritime et permet notamment le calcul des marées et des ondes de tempêtes. Des applications ont également été faites pour simuler les ruptures de barrages, les crues et les inondations (Hervouet, 2000). Des sous-modules de TELEMAC-2D permettent de simuler la diffusion de polluants ou de prendre en compte des phénomènes météorologiques (effet de la pression atmosphérique, effets du vent ou des températures ...).

Le logiciel lui-même est capable de tenir compte des phénomènes liés à l'écoulement de l'eau. Ainsi, la friction sur le fond, les forces de Coriolis, les turbulences, les bancs découvrant ou encore la propagation de l'eau sur des zones sèches sont modélisées dans TELEMAC-2D (Hervouet, 1998). Le schéma numérique utilisé pour la résolution des équations de Saint-Venant permet de tenir compte des différents régimes d'écoulement observables (Hervouet et Moulin, 1994) : régime fluvial (faible vitesse et grande profondeur d'eau), régime torrentiel (vitesse importante et faible profondeur d'eau) ou régime transcritique (passage du régime fluvial à torrentiel).

Les équations résolus par TELEMAC-2D sont les équations de Saint-Venant sous leur forme non-conservative c'est-à-dire dans lesquelles il peut y avoir adjonction ou soustraction de fluide. Ces équations sont obtenues à partir du système d'équations 13 (page 67) en ajoutant dans les équations de la quantité de mouvement et dans l'équation de continuité des termes illustrant les sources et puits de fluide. Ce dernier élément est particulièrement intéressant dans le cadre de notre modélisation. En effet, on peut ajouter un fluide aux points considérés comme l'origine des déplacements et le soustraire aux points considérés comme des destinations.

Les équations de Saint-Venant sous forme non-conservative s'écrivent de la manière suivante (Lang et al., 2014) :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + v_x \cdot \vec{\nabla}(h) + h \operatorname{div}(\vec{v}) = S_h \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}(v_x) = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + S_x + \operatorname{div}(v_t \vec{\nabla} v_x) \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}(v_y) = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + S_y + \operatorname{div}(v_t \vec{\nabla} v_y) \end{cases}$$

Avec :

- h , la profondeur d'eau (m) ;
- $\vec{v} = (v_x, v_y)$, les composantes de la vitesse ($m \cdot s^{-1}$) ;
- g , l'accélération de la pesanteur ($m \cdot s^{-2}$) ;
- ν_t , le coefficient de diffusion de la vitesse ($m^2 \cdot s^{-1}$) ;
- η , la cote de la surface libre (m), c'est-à-dire la cote du fond plus la hauteur d'eau ;
- t , le temps (s) ;
- x, y , les composantes d'espace horizontales (m) ;
- S_h , les sources ou puits de fluide ($m \cdot s^{-1}$) ;
- S_x, S_y , les termes source ou puits des équations dynamiques ($m \cdot s^{-2}$) ;
- div est l'opérateur divergence tel que $div(\vec{v}) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}$;
- $\vec{\nabla}$ est l'opérateur hamiltonien tel que $\vec{\nabla}v = \left(\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right)$;
- $\cdot$ est le produit scalaire.

Dans cette formulation des équations de Saint-Venant, et à la différence de la forme conservative, aucun terme n'est divisé par la hauteur d'eau. Cela rend possible le traitement des zones découvrantes (interfaces entre les zones humides et sèches) et des zones sèches pour lesquels la hauteur d'eau est nulle. Cette propriété est particulièrement intéressante dans le cadre de notre analogie avec l'écoulement du trafic. En effet, en rendant possible le traitement de zones sèches, on peut traiter de zones où le trafic est nul au moins pour certains pas de temps.

Les champs d'application du logiciel TELEMAC-2D couvrent donc celui d'un écoulement en deux dimensions en eaux peu profondes sur un relief comprenant de faibles pentes. De cette manière, on peut utiliser ce logiciel pour simuler un écoulement d'eau analogue à celui du trafic tel que spécifié dans la première section de ce chapitre. Il convient néanmoins d'en définir les paramètres.

3.2. Simulation d'un écoulement

La simulation de l'écoulement de l'eau telle que modélisée par le système TELEMAC repose sur une série de paramètres que l'on se propose de fixer au regard de l'objectif poursuivi dans cette thèse. Il s'agit de paramètres hydrauliques et de paramètres liés à la résolution des équations par la méthode des éléments finis. On se limite aux paramètres ayant une importance particulière dans le cas de la modélisation d'un flux d'eau analogue à un flux de trafic.

Sur le plan hydraulique, l'un des premiers paramètres permet de configurer le mode de traitement des bancs découvrant. Dans certaines simulations hydrauliques, l'ensemble du domaine est considéré comme en permanence recouvert d'eau. Dans notre cas, certaines parties du domaine ne sont jamais recouvertes d'eau et d'autres alternent des phases humides et d'autres sèches. Selon notre analogie, cette alternance traduit la présence ou l'absence de trafic à un endroit du domaine. Il est donc nécessaire que les zones découvrantes soient prises en compte dans le calcul notamment pour que la conservation de la masse ne soit pas altérée.

La simulation est réalisée sans prendre en compte les frottements. Comme on l'a vu lors de la construction des équations de Saint-Venant, le bilan des forces permettant de déterminer les variations de la quantité de mouvement du fluide est constitué des forces de pression, des forces liées à la pente

et des forces de frottement. Dans notre simulation on décide de ne pas tenir compte de ces dernières. Cela revient à négliger les effets des différentes typologies de cours d'eau sur l'écoulement de l'eau. Par analogie on ne tient pas compte des effets des différentes typologies de voiries et d'environnement sur le trafic.

En plus de ces propriétés spécifiques, on se propose de définir les conditions initiales et aux limites de la simulation. Le domaine est initialement vide, c'est-à-dire qu'en tout point du maillage la hauteur d'eau est nulle. Cette absence de fluide dans le domaine traduit une absence de trafic initial. Ce type de condition initiale est similaire à celles prises lorsqu'on réalise une simulation avec un modèle dynamique de trafic. Le flux d'eau q_{init} est injecté dans le domaine au nœud du maillage correspondant au nœud origine, de la même manière que l'on introduit un flux de trafic sur un réseau routier dans un modèle de trafic classique. Le domaine d'étude est pris suffisamment grand pour englober l'ensemble du réseau hydrographique dans lequel l'écoulement a lieu. Le domaine est entouré d'une frontière solide (comme un mur de hauteur infinie) de manière à ce que le fluide ne puisse en sortir qu'au niveau des nœuds correspondant aux destinations. Pour faire un parallèle avec les modèles de trafic, on considère en général que le trafic est injecté en une ou plusieurs origines et qu'il se dirige vers une ou plusieurs destinations. Le flux entrant dans le réseau doit être égal au flux sortant. C'est ce qu'on se propose de faire en entourant le domaine d'une bordure solide. Dans le cas contraire, le flux pourrait sortir du domaine sans atteindre l'une ou l'autre des destinations.

Enfin, comme dans toute simulation dynamique, on se donne un pas de temps δt et un nombre de pas de temps $n\delta t$ pour lesquels on calcule les solutions du système d'équations obtenu après discrétisation du domaine en éléments finis.

Conclusion

Dans ce chapitre l'analogie entre l'écoulement du trafic et celui de l'eau nous a amené à considérer un système d'équations bien particulier. Les équations de Saint-Venant en deux dimensions permettent la simulation d'un écoulement d'eau dans lequel la hauteur est faible au regard des dimensions du domaine d'étude. Cet écoulement est considéré sans frottements et sur de faibles pentes.

On utilise le logiciel TELEMAC-2D qui permet de résoudre ces équations sous leur forme non-conservative grâce à une méthode en éléments finis. TELEMAC-2D prend en entrée une discrétisation du domaine d'étude en éléments triangulaires (le maillage, $G_2(N, A)$ sur la figure 20) ainsi qu'une topographie (altitudes z_{oi} définies pour chaque nœud du maillage). En sortie, on obtient les hauteurs d'eau pour chaque nœud et pour chaque pas de temps (h_{oit}) ainsi que les hauteurs d'eau cumulées aux destinations (h_{od}). On lève ainsi la première question concernant les modalités de simulation de l'écoulement.

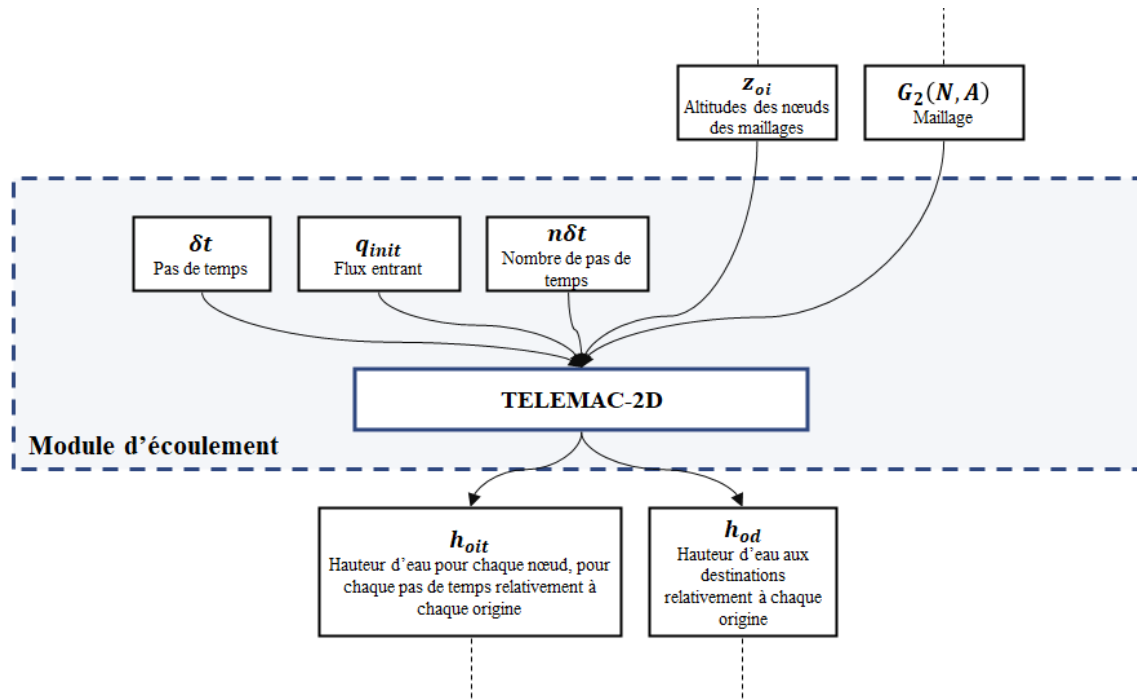


Figure 20 Logigramme du module d'écoulement

La deuxième question, qui porte sur la méthode de construction du support de l'écoulement, doit inclure les contraintes liées à la méthode de résolution du système d'équations. En effet, dans la méthode en éléments finis utilisée dans TELEMAC-2D, le domaine d'étude est retranscrit à travers un maillage triangulaire relativement uniforme mais non structuré. On doit retrouver ces caractéristiques dans le module de construction du support de l'écoulement, étape préalable au module d'écoulement.

Chapitre 2. Formulation géométrique

La deuxième question amenant à la constitution du modèle MIPSiT est celle de la construction du support de l'écoulement. Pour pouvoir résoudre les équations de Saint-Venant, il est nécessaire que ce support soit un maillage triangulaire non structuré mais relativement uniforme. Ce maillage forme un relief reflétant la topographie du terrain sur lequel l'écoulement de l'eau a lieu. Par ailleurs, selon notre analogie le support de l'écoulement doit être construit en fonction des caractéristiques socio-économiques du territoire de manière à retranscrire l'analogie gravitaire d'attraction des flux au travers des altitudes associées aux nœuds du maillage.

Dans une première section on traite du processus de création du maillage de la zone d'étude par triangulation. Celui-ci est particulier dans la mesure où il doit également permettre de retranscrire le réseau routier et satisfaire les contraintes de discrétisation de l'espace en lien avec la méthode des éléments finis. On se donne ensuite une méthode de calcul des altitudes des destinations, laquelle doit refléter l'attractivité de la destination en question relativement à une source considérée. Chacune des destinations contribue à l'altitude des nœuds environnant. C'est pourquoi on se donne enfin une méthode d'interpolation prenant en compte la distance aux différentes destinations. Finalement, comme on souhaite que le relief soit le support d'un écoulement simulé par le logiciel TELEMAC-2D, il est nécessaire de vérifier la validité de ce relief du point de vue de l'écoulement et si nécessaire de lui appliquer une correction afin que l'écoulement se fasse vers l'ensemble des destinations.

1. Maillage de la zone d'étude

La résolution des équations de Saint-Venant simulant l'écoulement de l'eau dans un domaine se fait grâce à une méthode en éléments finis. Celle-ci nécessite au préalable de discrétiser le domaine d'étude en sous-domaine appelés éléments.

1.1. Caractérisation du maillage

Le logiciel TELEMAC-2D prend en entrée un maillage d'éléments triangulaires de la zone d'étude. Ce maillage doit couvrir du mieux possible le domaine initial sans que les éléments ne se recouvrent. Dans une simulation hydraulique, il est possible de modéliser les variations topographiques comme des vallées et les différents ouvrages hydrauliques comme des digues, des barrages ou encore des canaux, et ce grâce aux différentes altitudes associées aux nœuds de ce maillage.

Selon notre analogie, le réseau routier s'apparente à une série de « vallées » de largeurs égales à la largeur des voies. Ces vallées doivent donc se retrouver dans le maillage passé en entrée du logiciel TELEMAC-2D. En conséquence, une première contrainte s'applique au maillage de la zone d'étude : les bordures des voies routières doivent être retranscrites au travers des segments ou d'une séquence linéaire de segments d'éléments de la triangulation.

Le manuel de l'utilisateur de TELEMAC (Lang et al., 2014) précise que les triangles du maillage doivent être les plus proches possibles de triangles équilatéraux. Dans le cadre de la modélisation d'une rivière ou d'un canal il est possible que les triangles les représentant soient allongés dans le sens du courant. Cela permet de diminuer le nombre de nœuds de la triangulation et donc de réduire le temps d'exécution. Cette condition est similaire à celle régissant tout maillage destiné à être utilisé dans une méthode en éléments finis.

Comme on l'a vu précédemment (cf. partie 2, chapitre 1), le flux (*i.e.* l'eau) est généré en un point : l'origine. Ainsi, il est nécessaire que les différents nœuds retenus pour jouer le rôle successif d'origine et de destination soient également des nœuds du maillage.

Dans le logiciel TELEMAC, le maillage est associé à des conditions aux limites sur les bords du domaine. On peut ainsi représenter un domaine ouvert (*i.e.* que l'eau peut traverser) ou un domaine fermé (*i.e.* comme si une paroi étanche de hauteur infinie entourait le domaine). Dans notre cas, on suppose que le domaine est fermé. L'eau ne devant, en théorie pas sortir des vallées, cette condition aux limites est sans effets sur les résultats de la simulation. On définit donc une bordure solide à distance des arcs représentant le réseau routier. Le maillage peut contenir des trous mais la bordure entre la zone maillée et la zone non maillée doit être précisée. Dans le cas contraire, la discrétisation du domaine sera considérée comme invalide (cf. figure 21).

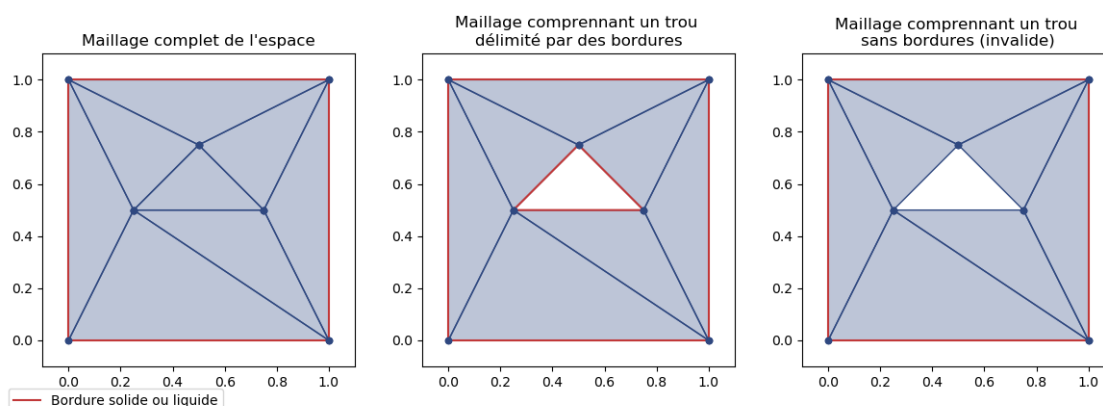


Figure 21 Exemples de maillage d'un domaine carré avec et sans trous

Finalement, le maillage d'un domaine d'étude possède les caractéristiques suivantes. Il est créé à partir d'une base de nœuds, lesquels représentent les extrémités des arcs du réseau routier ainsi que les points origines et destinations des déplacements. Le maillage est constitué d'éléments triangulaires qui ne se recouvrent pas. Certaines arêtes de ces éléments correspondent aux bords des voies du réseau routier. Enfin, les triangles sont relativement homogènes du point de vue de leurs angles et s'approchent le plus possible de triangles équilatéraux.

1.2. Triangulation du domaine d'étude

On cherche à construire un maillage triangulaire ou triangulation du domaine d'étude dont les éléments sont proches de triangles équilatéraux. Pour se faire, on introduit la notion de triangulation de Delaunay (Delaunay, 1924).

On considère un ensemble de nœuds N et n_i un élément de cet ensemble. Ces nœuds correspondent aux extrémités des arcs du réseau routier ainsi qu'aux nœuds origines et destinations. Une triangulation τ de Delaunay de N satisfait les conditions suivantes. Pour tout triangle $t_i \in \tau$, il existe un cercle circonscrit à ce triangle tel qu'aucun nœud $n_i \in N$ ne se trouve à l'intérieur de ce cercle (cf. figure 22). Pour un ensemble quelconque de nœuds, cette triangulation existe et est unique à l'exception des cas où l'on a un ensemble de quatre nœuds cocycliques (par exemple formant un carré, lequel peut être triangulé selon l'une ou l'autre de ses diagonales).

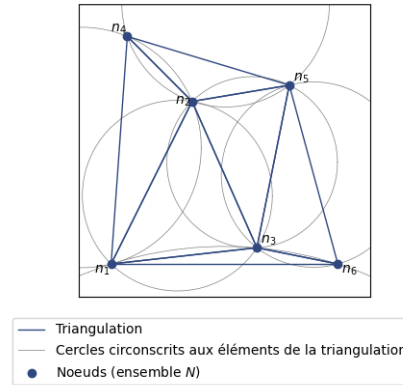


Figure 22 Illustration de la condition de Delaunay

Une triangulation de Delaunay (cf. figure 23) présente l'avantage de maximiser l'ensemble des angles minimaux des triangles (Musin, 1997). Cela signifie que si l'on considère l'ensemble des couples de triangles partageant une arête commune, il n'est pas possible de trianguler le quadrilatère formé par la réunion de ces deux triangles sans introduire un angle minimal moins important. Cette propriété est particulièrement intéressante dans le cas d'un maillage utilisé dans une méthode en éléments finis. On souhaite en effet que les différents éléments s'approchent le plus possible de triangles équilatéraux. La maximisation des angles minimaux contribue à s'approcher de cet idéal.

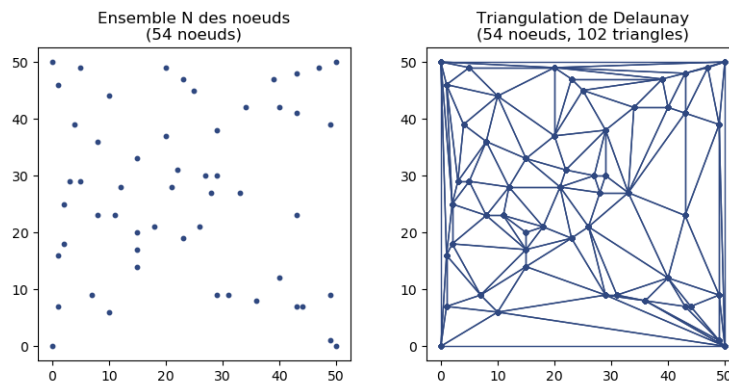


Figure 23 Exemple de triangulation de Delaunay d'un ensemble de points

Cependant, cette triangulation n'assure pas la correspondance avec les segments représentant le réseau routier. Il est donc nécessaire de la contraindre selon ces segments tout en veillant à la préservation des propriétés caractérisant une triangulation de Delaunay. On considère toujours l'ensemble N des nœuds et n_i un élément de cet ensemble. On appelle champ de contrainte A de l'ensemble N , un ensemble fini d'arêtes a_{ij} dont les extrémités sont dans N . Ces arêtes ne

s'intersectent pas hormis à leurs extrémités (Pébay, 1998). L'élément $a_{ij} \in A$ est l'arête reliant les nœuds n_i et n_j . Le couple (N, A) constitue donc un graphe planaire

On dit qu'une triangulation τ est fortement contrainte (cf. figure 24) si elle vérifie exactement le champ de contrainte. En d'autres termes, tous les éléments de A existent en tant que segments de la triangulation τ . Comme une triangulation de Delaunay est unique, une triangulation contrainte ne satisfait généralement pas les propriétés de Delaunay (Shewchuk, 2002). En revanche, dans le processus de construction d'un tel maillage, on part couramment d'une triangulation de Delaunay, laquelle est modifiée par basculement des arêtes des triangles jusqu'à respecter le champ de contrainte. Ainsi, localement, les propriétés de Delaunay peuvent être satisfaites. Cependant, on peut observer des éléments hétérogènes non admissibles pour l'obtention d'une solution par la méthode des éléments finis.

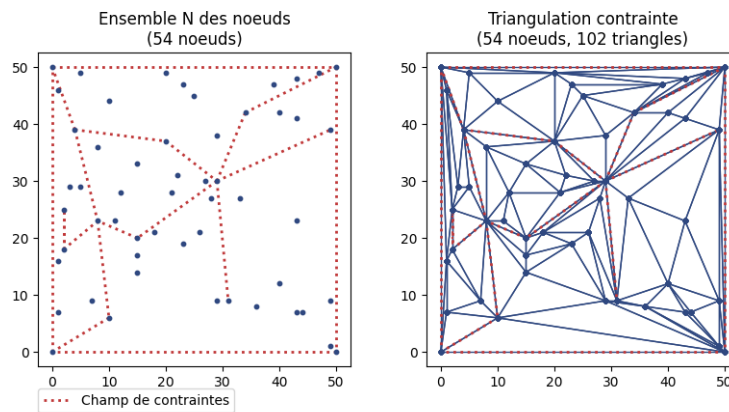


Figure 24 Exemple de triangulation sous contraintes

Dès lors, on cherche, à partir de cette triangulation sous contraintes, à la modifier pour retrouver les propriétés de Delaunay. On introduit les notions de triangulation contrainte Delaunay-conforme et de vérification faible du champ de contrainte (Pébay, 1998). Une triangulation contrainte Delaunay-conforme (cf. figure 25) est une triangulation satisfaisant un champ de contraintes A et possédant les propriétés d'une triangulation de Delaunay. Dans ce type de triangulation, le champ de contraintes n'est pas vérifié exactement. Chaque arête de A est décomposée dans la triangulation en de multiples segments. On parle alors de vérification faible du champ de contrainte.

La vérification des propriétés de Delaunay est rendue possible par l'ajout de points intermédiaires appelés points de Steiner. Plus précisément les algorithmes réalisant ce type de triangulation commencent par effectuer une triangulation sous contraintes (Shewchuk, 1996). Celle-ci ne possède généralement pas globalement les propriétés d'une triangulation de Delaunay. Dans un second temps, les mauvais triangles sont identifiés et des points intermédiaires sont insérés de sorte à retrouver les propriétés de Delaunay. Les arêtes du champ de contrainte sont ainsi représentées par une séquence linéaire de segments de la triangulation.

L'inconvénient principal d'une telle approche est qu'elle introduit de nouveaux points ce qui alourdit la triangulation et contribue à accroître les temps de calcul lors de l'utilisation du maillage dans une méthode en éléments finis.

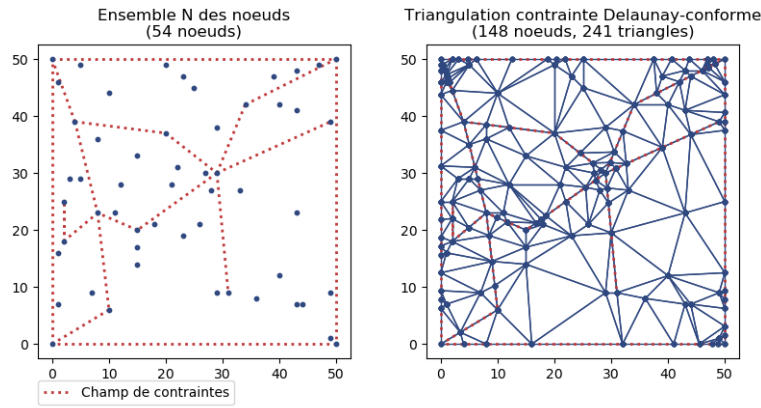


Figure 25 Exemple de triangulation contrainte Delaunay-conforme

Ce maillage, bien que satisfaisant au regard des propriétés de Delaunay, peut encore faire l'objet d'améliorations afin de s'approcher un peu plus d'un maillage constitué de triangles équilatéraux. En effet, même si une triangulation de Delaunay maximise l'ensemble des angles minimaux des triangles, cela n'empêche pas l'existence de grands angles. Or d'après Babuška et Aziz les résultats issus d'une méthode en éléments finis sont sensibles aux grands angles (Babuška et Aziz, 1976).

On introduit donc une contrainte supplémentaire sur les angles des triangles du maillage (cf. figure 26). Selon Shewchuk, il est possible, dans une triangulation de Delaunay d'imposer des contraintes d'angle minimal allant jusqu'à $20,7^\circ$ sans que l'algorithme assurant le raffinement du maillage n'échoue (Shewchuk, 1996). Avec une contrainte d'angle comprise entre $20,7^\circ$ et $33,8^\circ$, les chances de succès sont plus aléatoires et dépendent des conditions initiales (disposition des nœuds et du champ de contraintes). Au-delà de $33,9^\circ$, le raffinement échoue la plupart du temps. Le raffinement est généralement assuré par adjonction de nœuds supplémentaires au maillage. La position de ces nouveaux nœuds étant choisie de manière à satisfaire les contraintes d'angles.

L'introduction d'angles minimaux contraint aussi la présence de grands angles proche de 180° . Plus précisément dans un triangle quelconque, si on applique une contrainte d'angle minimal $\alpha_{min} \in [0, 60^\circ]$, le plus grand angle du triangle aura une mesure inférieure ou égale à $180 - 2 \times \alpha_{min}$. L'égalité étant obtenue dans le cas de triangles isocèles. Ainsi, appliquée à une triangulation de Delaunay, cette contrainte empêche la présence d'angles dont la mesure est supérieure à $180 - 2 \times \alpha_{min}$ ce qui permet de s'approcher un peu plus d'un maillage constitué de triangles équilatéraux.

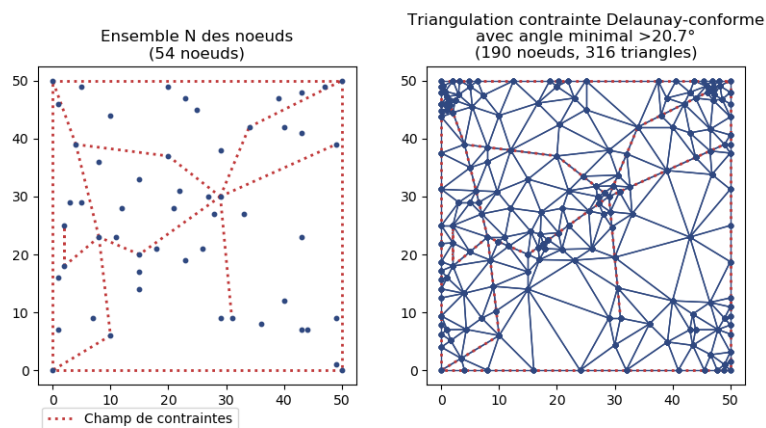


Figure 26 Exemple de triangulation contrainte Delaunay-conforme avec spécification d'une contrainte d'angle minimum

Finalement, le maillage passé en entrée de TELEMAC-2D est une triangulation contrainte Delaunay-conforme dans laquelle les angles des triangles ont une mesure supérieure ou égale à 20.7° . Le champ de contrainte est constitué des bords des voies du réseau routier.

2. Calcul des altitudes des destinations

À partir du maillage, on cherche à construire une figure géométrique en trois dimensions qui permette de simuler un écoulement d'eau. L'objectif étant que cette figure géométrique issue de la projection de chacun des nœuds du maillage soit apte à retranscrire le fonctionnement gravitaire des flux.

Pour se faire, on doit en premier lieu déterminer une altitude pour les nœuds origines et destinations. La méthode de projection s'inspire des méthodes de représentation des rapports de poids entre différentes unités territoriales. Ainsi, dans cette section, on dresse un rapide état de l'art de ces méthodes en analysant notamment les méthodes de cartographie en anamorphose. Ensuite, on construit une méthode de projection basée sur l'approche gravitaire et permettant de retranscrire, en trois dimensions, les rapports de poids entre différentes entités.

2.1. Représenter les rapports entre les poids des différentes unités géographiques d'un territoire grâce aux cartes en anamorphose

Pour représenter les rapports de poids entre unités territoriales, les cartographes ont cherché à introduire des distorsions de l'espace topographique notamment à travers l'approche de cartographie en anamorphose.

Une carte en anamorphose ou cartogramme est une représentation cartographique qui consiste à retranscrire une variable caractéristique d'un territoire par déformation de ses limites. Ainsi une variable descriptive d'un territoire est utilisée pour déformer ce territoire (Langlois, 2003). De cette manière, on représente les rapports de poids entre différentes unités géographiques pour la variable étudiée (Béguin et Pumain, 2014).

On distingue deux types de cartes en anamorphose (Denain et Langlois, 1998; Tobler, 2004). Les cartes en anamorphose scalaires permettent de cartographier des variables quantitatives associées à des zones. Dans ce premier type d'anamorphose, les poids des différentes unités territoriales sont retranscrits de manière absolue. Chaque unité territoriale est représentée par une surface proportionnelle à sa valeur pour la variable étudiée (cf. figure 27). Autant que possible, les déformations doivent permettre de reconnaître la forme initiale du territoire d'étude afin de faciliter la compréhension du lecteur. La topologie initiale doit par ailleurs être conservée ce qui rend la construction de ce type d'anamorphose relativement complexe.

Une variante de ce type d'anamorphose est de représenter chaque entité territoriale par un polygone simple (par exemple un rectangle) dont la surface est proportionnelle au caractère étudié. La construction de cette représentation est plus simple. Cependant, la topologie initiale ne peut pas toujours être conservée.

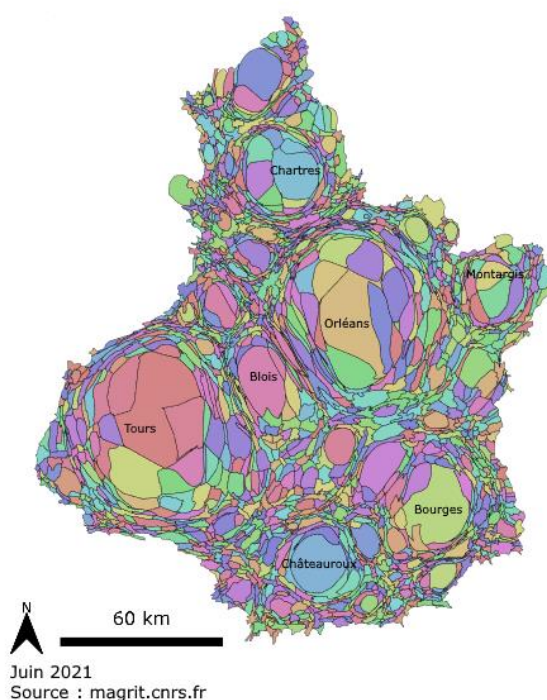


Figure 27 Carte en anamorphose scalaire de la population de la région Centre Val de Loire

Le second type de carte en anamorphose est celui des cartes en anamorphose vectorielles. Ces cartes traitent généralement de l'accessibilité dans un réseau de transport et les données utilisées sont les temps de parcours par un réseau de transport particulier. On parle aussi d'anamorphose unipolaire ou multipolaire appliquées à la notion d'accessibilité (Cauvin, 1994; Langlois, 2003). Dans ces cartes, la position relative de pôles secondaires est déterminée en fonction des temps de parcours ou des coûts de déplacement à un ou plusieurs pôles principaux. L'intégralité de l'espace est ensuite déformée pour mettre en évidence les différences d'accessibilité relativement à ce ou ces pôles principaux. Dans le cas d'une anamorphose unipolaire, les temps de parcours sont relatifs à un pôle particulier. Ainsi, on peut construire autant de représentations qu'il y a de pôles.

Carte en anamorphose vectorielle des temps de trajet en train depuis Blois



Figure 28 Carte en anamorphose vectorielle des temps de trajet en train depuis Blois

Les cartes résultant d'une anamorphose impliquent un effacement du positionnement ou des limites réelles des différentes unités géographiques à des fins de compréhension des rapports entre ces unités. Ces distorsions rendent difficile la compréhension de ces cartes dans la mesure où l'image produite s'éloigne singulièrement de la représentation des limites du territoire. La réalité géographique est déformée pour faire figurer une réalité perçue.

Par ailleurs, les cartes en anamorphoses vectorielles unipolaires (cf. figure 28), rendent difficile la comparaison du différentiel d'accessibilité entre pôles dans la mesure où une carte doit être construite pour chacun d'entre eux et pour chaque réseau de transport. Avec les cartes en anamorphose scalaire, on introduit aussi une image différente de la réalité. On dessine des unités territoriales dont la surface est proportionnelle à une variable exogène. Ainsi on rend compte des rapports entre ces différentes unités en comparant leurs surfaces les unes par rapport aux autres. Ici les comparaisons sont plus aisées que pour les cartes en anamorphose vectorielle. Pour autant la compréhension de ce type de carte reste difficile dans la mesure où les formes obtenues après anamorphose peuvent être très différentes des formes initiales.

La cartographie en anamorphose produit une vision déformée d'un territoire tout en retranscrivant une réalité économique, sociale ou démographique. Cette approche, reste en deux dimensions et n'a aucun lien avec l'aspect physique d'un écoulement. Pour autant, on relève des similitudes avec la figure géométrique que l'on cherche à créer. Cette dernière est également une déformation de l'espace (en trois dimensions cette fois) du fait de facteurs d'attractivité associés à différents pôles et fonction de la distance qui sépare ces pôles d'une origine. De la même manière que

pour les anamorphoses vectorielles, on construit une figure géométrique (*i.e.* une projection du maillage dans la troisième dimension) pour chaque nœud origine des déplacements.

2.2. Projection des destinations

À la différence des cartes en anamorphose, la figure géométrique en trois dimensions que l'on crée n'est pas à usage de représentation. Elle est un support physique dont la forme doit permettre de reproduire une répartition de l'eau proportionnelle aux poids de chacun des pôles étudiés. Pour autant, les différentes représentations évoquées dans la section précédente constituent un socle théorique sur lequel on s'appuie pour construire cette figure géométrique que l'on appellera aussi relief.

À l'instar des anamorphoses vectorielles unipolaires, on construit un relief propre à chaque pôle ou origine. De cette manière, il y a autant de reliefs que de pôles considérés. Chacun des pôles est alternativement l'origine des déplacements ou une des destinations. Ce choix est d'abord motivé par les propriétés d'écoulement d'un fluide du fait de la gravité. L'eau, s'écoule dans le sens des pentes et se répartit selon l'importance de celles-ci. Ainsi, depuis une origine, elle peut s'écouler vers plusieurs destinations si celles-ci sont situées à des altitudes inférieures à celle de l'origine. Il n'est donc physiquement pas possible pour un fluide de s'écouler depuis toutes les origines en même temps sur un même relief. Ensuite, comme dans les cartes en anamorphoses vectorielles traitant de l'accessibilité, on considère les relations entre les différents pôles étudiés et un pôle principal lequel est l'origine des déplacements. Deux variables entrent en jeu dans cette relation : la distance euclidienne séparant les destinations du pôle principal et l'attractivité de chaque destination.

À la différence des anamorphoses où l'espace est distordu dans la deuxième dimension, on introduit ici une distorsion de l'espace dans la troisième dimension. De cette manière, on conserve la position absolue des différents pôles dans le plan tout en retranscrivant les rapports de poids entre eux. La position dans la troisième dimension est relative au pôle principal c'est-à-dire à l'origine des déplacements. On nomme projection des destinations le placement dans la troisième dimension des nœuds destinations relativement à une origine considérée.

Pour chaque destination, cette opération de projection est fonction de trois paramètres : l'origine considérée, la distance euclidienne entre le couple de nœuds origine-destination et le facteur d'attractivité associé au nœud destination. On cherche donc à déterminer l'altitude de chacun des nœuds destinations relativement à une origine considérée. Or, comme on l'a vu dans le premier chapitre de cette partie, la vitesse et le débit de l'écoulement de l'eau dépendent, entre autres paramètres, de la pente du support de l'écoulement.

On pose :

- n_o , un nœud origine du trafic ;
- n_d , un nœud destination du trafic, et D , l'ensemble des nœuds destinations ;
- m_d , le facteur d'attractivité associé au nœud n_d ;
- d_{od} , la distance euclidienne entre les nœuds n_o et n_d avant projection ;
- α_{od} , l'angle que forme le segment reliant l'origine à la destination projetée dans la troisième dimension avec l'horizontal (cf. figure 29).

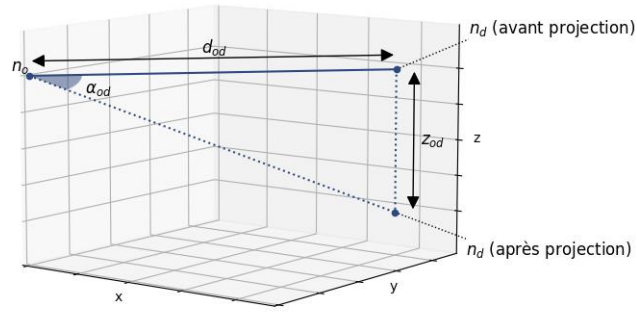


Figure 29 Projection des destinations

On doit définir la pente α_{od} . Lors de la simulation de l'écoulement, les pentes déterminent la répartition de l'eau sur le maillage et donc selon notre analogie celle du trafic. C'est pourquoi on définit les pentes α_{od} comme proportionnelles aux facteurs d'attractivité associés aux destinations n_d . Les pentes sont ensuite utilisées pour calculer l'altitude des destinations n_d relativement à l'origine n_o en fonction de la distance euclidienne les séparant.

Pour compléter la formule, on étudie les situations aux limites. On considère le cas d'un facteur d'attractivité nul. Dans ce cas, le nœud destination n'attire pas de flux venant de l'origine pour laquelle on construit le relief. Pour qu'il y ait un écoulement d'eau entre deux points, l'altitude du point de départ doit être supérieure à celle du point d'arrivée. À l'inverse, lorsque le point d'arrivée à une altitude supérieure ou égale à celle du point de départ, il ne peut y avoir d'écoulement. Ainsi, on postule que l'angle α_{od} est nul lorsque le nœud destination n_d a un facteur d'attractivité nul. De cette manière, la destination est à la même altitude que l'origine et aucun écoulement ne peut avoir lieu entre ces deux nœuds.

Dans le cas où la valeur du facteur d'attractivité est maximale, le nœud est celui qui attire le plus de flux. La différence de hauteur entre les nœuds origine et destination doit être maximale de même que la valeur de la pente α_{od} (i.e. $\alpha_{od} = \max(\alpha_{od}) \Leftrightarrow m_d = \max_{n_d \in D} (m_d)$). Cependant cette valeur doit être strictement inférieure à celle d'un angle droit (la destination serait alors placée à une altitude infinie). Il est donc nécessaire de se donner un angle maximal θ de mesure strictement inférieure à celle d'un angle droit.

Les angles des autres destinations, dont le facteur d'attractivité est compris entre 0 et $\max(m_d)$, sont calculés en fonction de ces valeurs limites. Ainsi, on a :

$$\alpha_{od} = \frac{m_d}{\max_{n_d \in D} (m_d)} \times \theta$$

On pose z_{od} , l'altitude du nœud n_d relativement à l'origine n_o . D'après les formules de trigonométrie, on a :

$$z_{od} = -\tan(\alpha_{od}) \times d_{od}$$

La formule complète donne :

$$z_{od} = -\tan\left(\frac{m_d}{\max_{n_d \in D}(m_d)} \times \theta\right) \times d_{od} \quad 14$$

La projection des destinations est purement représentative dans la mesure où l'ensemble du support physique que constitue le maillage n'a pas encore été projeté. Cependant, les pentes des arcs reliant l'origine aux destinations ont, dans notre analogie, une signification physique : plus ces pentes sont importantes, plus les destinations aux extrémités sont supposées attirer des flux. La projection des destinations dans la troisième dimension fait apparaître un premier paramètre devant faire l'objet d'un calage : le paramètre θ correspondant à l'angle maximum de projection et devant être pris dans l'intervalle $]0^\circ ; 90^\circ[$. Le restant des nœuds du maillage est projeté par interpolation des altitudes des destinations.

3. Interpolation au nœud près et abaissement des altitudes

Le maillage tel que construit dans la première section de ce chapitre est le support de l'écoulement du fluide. Dans cette section, on cherche à le projeter dans la troisième dimension en fonction des altitudes calculées dans la précédente section. De cette manière, les reliefs, projections du maillage dans la troisième dimension, sont une retranscription des rapports de poids entre les différents nœuds destinations. Par ailleurs, on souhaite que l'écoulement de l'eau simulé avec TELEMAC-2D, se dirige en priorité sur les éléments du maillage correspondant au réseau routier. Ainsi, on introduit une nouvelle déformation du relief pour que ce soit effectivement le cas.

3.1. Interpolation basée sur un modèle gravitaire

Comme dans un modèle gravitaire classique, on considère que tout point de l'espace perçoit l'attraction des pôles principaux en fonction de la distance qui sépare ces pôles du point considéré. Au sein de notre modèle, ces points de l'espace correspondent aux nœuds du maillage. Dans la suite de cette section, on les nommera nœuds intermédiaires n_i .

On suppose que plus une destination est éloignée d'un nœud n_i moins elle contribue à l'altitude de ce nœud sans toutefois être nulle. À l'inverse plus une destination est proche d'un nœud n_i plus elle contribue à son altitude. L'altitude de chaque nœud intermédiaire doit donc être fonction de l'altitude des destinations à proximité (ou de toutes les destinations) en proportion inverse de leur distance au nœud n_i considéré. Comme dans un modèle gravitaire, on introduit un facteur de résistance β sur la distance.

On pose :

- n_i , un nœud intermédiaire tel que $n_i \in N$, où N est l'ensemble des nœuds du maillage ;
- n_o , le nœud origine du trafic ;
- n_d , un nœud tel que $n_d \in D$, où D est l'ensemble des nœuds destinations ;
- d_{ij} , la distance euclidienne entre le nœud n_i et le nœud n_j ;

- β , le frein sur la distance ;
- z_{od} , l'altitude du nœud destination n_D relativement à l'origine n_o ;
- z_{oi} , l'altitude du nœud n_i relativement à l'origine n_o .

La contribution c_{id} de chaque destination n_d à l'altitude d'un nœud intermédiaire n_i s'écrit :

$$c_{id} = z_{od} \times \frac{\left(\frac{1}{(d_{id})^\beta}\right)}{\sum_{n_d \in D} \frac{1}{(d_{id})^\beta}} \quad 15$$

On reconnaît ici une formulation très proche du modèle gravitaire de Huff (cf. partie 1, chapitre 1, section 2.2). La formule 15 se distingue de ce modèle dans la mesure où l'on ne prend en compte que la distance dans le calcul de la contribution d'une destination à l'altitude d'un nœud du maillage. Les facteurs d'attractivité, explicitement pris en compte dans le modèle de Huff, sont dans notre cas inclus dans le calcul des altitudes z_{od} .

L'altitude z_{oi} du nœud du maillage est obtenue en sommant les contributions de l'ensemble des destinations considérées :

$$z_{oi} = \sum_{n_d \in D} \left(z_{od} \times \frac{\left(\frac{1}{(d_{id})^\beta}\right)}{\sum_{n_d \in D} \frac{1}{(d_{id})^\beta}} \right) \forall n_i \in N \quad 16$$

Dans cette relation, l'altitude d'un nœud intermédiaire est calculée en fonction de celle de tout ou partie des destinations du territoire d'étude. On peut en effet ne considérer qu'un nombre limité de destinations à proximité du nœud n_i . De cette manière on supprime les contributions des destinations les plus éloignées. On introduit le paramètre λ , pour désigner le nombre de destinations prises en compte dans la relation 16. Ce nouveau paramètre λ avec le coefficient β sont deux des paramètres du modèle pour lesquels un calage est nécessaire (cf. partie 3, chapitre 1).

3.2. Construction des « vallées »

Malgré la construction spécifique du maillage de la zone d'étude, rien ne garantit que l'écoulement de l'eau soit dirigé uniquement sur les arcs et nœuds correspondant au réseau routier. En effet, TELEMAC-2D pourrait simuler un écoulement sur n'importe quel élément du maillage du moment que les caractéristiques physiques de ceux-ci le permettent. On introduit donc une déformation supplémentaire du relief de manière à répondre à cette problématique.

Soit $R \subset N$, l'ensemble des nœuds du maillage qui correspondent au réseau routier. Afin de diriger les flux uniquement sur ces nœuds et sur les arcs qui les relient, on abaisse leur altitude légèrement. Cela revient à introduire des vallées de profil trapézoïdal au sein du relief. On nomme δ la différence d'altitude appliquée aux nœuds représentant le réseau routier. Cette différence d'altitude est uniforme sur l'ensemble du relief.

Finalement, pour chaque nœud intermédiaire n_i , on a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} z_{oi} = \sum_{n_d \in D} \left(z_{od} \times \frac{\left(\frac{1}{(d_{id})^\beta} \right)}{\sum_{n_d \in D} \frac{1}{(d_{id})^\beta}} \right) - \delta & \forall n_i \in R \text{ (nœuds du réseau)} \\ z_{oi} = \sum_{n_d \in D} \left(z_{od} \times \frac{\left(\frac{1}{(d_{id})^\beta} \right)}{\sum_{n_d \in D} \frac{1}{(d_{id})^\beta}} \right) & \forall n_i \in N \setminus R \text{ (autres nœuds)} \end{array} \right. \quad 17$$

Avec D , l'ensemble des λ destinations n_d les plus proches du nœud intermédiaire n_i .

La différence d'altitude δ doit être suffisamment importante pour qu'un flux simulé par TELEMAC-2D reste contenu dans les vallées. En d'autres termes, δ doit être supérieure au maximum des hauteurs d'eau simulés par TELEMAC-2D. Ce paramètre fait l'objet d'un calage dans le premier chapitre de la partie 3.

De cette manière on s'assure que les flux simulés s'écoulent bien sur les éléments du maillage correspondant au réseau routier. Pour autant rien ne garantit que ce flux atteigne bien les destinations.

4. Validité du relief du point de vue de l'écoulement

L'écoulement d'un fluide étant meut par la gravité, on doit donc définir des conditions de validité du maillage et de sa projection dans la troisième dimension. Dans un tel relief, la simulation de l'écoulement doit permettre à tout le flux initial de rejoindre les destinations. Cela signifie que si l'on exécute la simulation sur suffisamment de pas de temps, aucun flux ne doit rester bloqué sur le relief.

Dans la section précédente, on a appliqué une correction des hauteurs sur les nœuds n_i appartenant à l'ensemble R des nœuds correspondant au réseau routier. L'écoulement se faisant uniquement sur ces nœuds et les arcs qui les relient, on définit des conditions de validité du relief uniquement sur le sous-maillage (*i.e.* sur les « vallées ») constitué des nœuds représentant le réseau routier. Dans la suite de cette section, le relief désignera cette extraction (*cf.* figure 30).

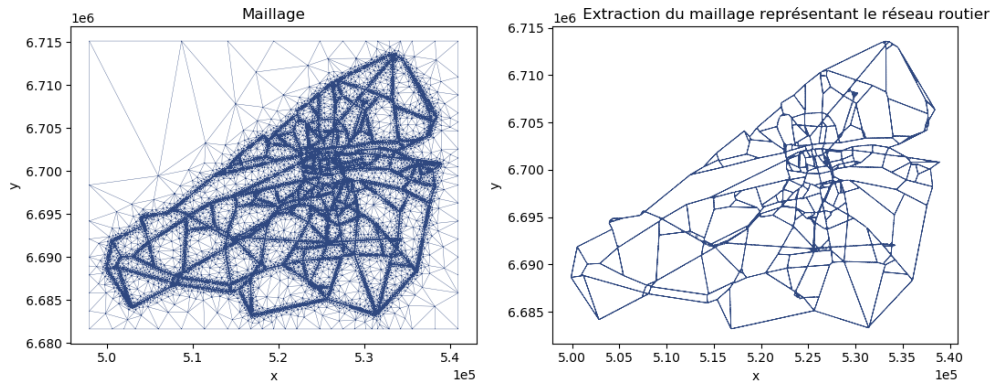


Figure 30 Exemple d'extraction du maillage correspondant au réseau routier

Selon notre analogie, on souhaite que l'eau s'écoule depuis l'origine jusqu'aux destinations sans pertes pour chaque projection du maillage. Or, dans la méthode d'interpolation rien ne garantit qu'une partie de l'eau ne reste pas bloquée sur le relief. Il est donc nécessaire de définir des conditions de validité du relief et de vérifier si elles sont garanties par la méthode d'interpolation.

4.1. Validité du point de vue de l'analogie

La première condition de validité est liée à l'analogie sur laquelle est basé le modèle. On souhaite simuler le trafic routier entre différents pôles comme s'il se comportait comme un fluide. Si l'on considère uniquement le problème du point de vue du trafic, il ne peut y avoir de pertes de flux. En effet, le flux de trafic entrant doit être égal au flux de trafic sortant. Si l'on revient au cas d'un écoulement d'eau, alors il est nécessaire que l'ensemble de l'eau entrée sur un relief soit acheminée vers les points destinations sans qu'une partie ne reste bloquée sur le maillage.

Cela nous amène à formuler des conditions de validité du relief. Intuitivement, on peut penser qu'une condition nécessaire et suffisante est qu'il existe au moins un nœud adjacent ayant une altitude supérieure et un nœud adjacent ayant une altitude inférieure et ce pour chaque nœud du relief (en excluant l'origine et les destinations). Par ailleurs, l'origine ne doit pas être adjacente à un nœud dont l'altitude est supérieure. Enfin les nœuds destinations doivent être adjacents à au moins un nœud dont l'altitude est supérieure.

On démontre dans la suite de ce paragraphe que si ces conditions sont satisfaites pour chaque nœud, le relief en résultant permet à un flux de se rendre de la source vers toutes les destinations en ayant la possibilité de passer par tous les nœuds du relief et sans rester bloqué sur celui-ci.

Dire que le relief permet l'écoulement d'un flux depuis une origine vers toutes les destinations en passant par tous les nœuds du réseau se traduit de la manière suivante avec le vocabulaire de la théorie des graphes. On considère que l'extraction du maillage constitue un graphe. Pour chaque nœud de ce graphe, il doit être possible de déterminer une chaîne élémentaire, donc un chemin, reliant le nœud origine à au moins une destination.

On suppose que le graphe en question est connexe, c'est-à-dire d'un seul tenant.

Soit un graphe $G(N, A)$ non orienté connexe, avec :

- N , l'ensemble des nœuds du graphe et n_i un élément de N ;

- A , l'ensemble des arcs du graphe et a_{ij} un élément de A . Dans le cas d'un graphe non orienté on écrit indifféremment a_{ij} ou a_{ji} pour désigner l'arête reliant les nœuds n_i et n_j . Dans le cas d'un graphe orienté, les arcs a_{ij} et a_{ji} désignent les arcs reliant les nœuds n_i et n_j respectivement dans le sens n_i vers n_j et dans le sens n_j vers n_i ;
- n_o , est le nœud origine ;
- $D \subset N$, est l'ensemble des nœuds destinations et n_d est un élément de D ;
- z_{oi} , l'altitude du nœud n_i relativement à l'origine n_o .

À partir du graphe G on construit un sous-graphe orienté $P(N, B)$ avec B un sous-ensemble de A tel que $\forall b_{ij} \in B, z_{oj} < z_{oi}$. Pour deux nœuds adjacents, il n'existe donc qu'un seul arc reliant ces nœuds.

Proposition

On désigne par nœud intermédiaire tous les nœuds différents de l'origine ou d'une destination. Dans le graphe $P(N, B)$, si :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall n_i \in N/\{n_o, D\}, \left\{ \begin{array}{l} \exists b_{ij} \in B \text{ tel que } z_{oj} > z_{oi} \\ \exists b_{ik} \in B \text{ tel que } z_{ok} < z_{oi} \end{array} \right. \\ \forall b_{oj} \in B, z_{oj} < z_o \\ \forall n_d \in D, \exists b_{dj} \in B \text{ tel que } z_{oj} > z_{od} \end{array} \right.$$

alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall n_i \in N/\{n_o, D\}, \exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_o, n_i\} \\ \forall n_i \in N/\{n_o, D\}, \exists n_d \in D \text{ tel que } \exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_i, n_d\} \end{array} \right.$$

Cela revient à dire que :

Si pour chaque nœud intermédiaire, il existe parmi les nœuds adjacents un nœud dont l'altitude est strictement supérieure et un autre nœud dont l'altitude est strictement inférieure ;

si pour l'origine, tous les nœuds adjacents ont une altitude inférieure ;

et si pour chaque destination il existe au moins un nœud adjacent dont l'altitude est supérieure ;

alors pour tout nœud intermédiaire il existe une chaîne élémentaire reliant l'origine à ce nœud et ce nœud à au moins une des destinations.

Démonstration

La proposition précédente peut être démontrée par récurrence de la manière suivante :

Initialisation :

Pour l'origine, n_o , l'ensemble des nœuds adjacents est noté S_o , avec s_k un élément de S_o . D'après les conditions de la proposition, on a :

$$\forall s_k \in S_o, \exists a_{ok} \in B \text{ tel que } z_{ok} < z_o$$

Donc :

$$\forall s_k \in S_o, \exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_o, s_k\}$$

Hérédité :

On construit l'ensemble S_{m+1} des nœuds adjacents aux nœuds de l'ensemble S_m . En d'autres termes S_{m+1} est défini par récurrence de la manière suivante :

$$\begin{cases} S_1 = S_o \\ S_{m+1} = \{n_j \in N \text{ tel que } \exists a_{ij} \in B \text{ avec } n_i \in S_m\} \end{cases}$$

On suppose qu'il existe une chaîne élémentaire entre n_o et chacun des nœuds de l'ensemble S_m . On cherche à montrer qu'il existe une chaîne élémentaire entre n_o et chacun des nœuds de l'ensemble S_{m+1} .

D'après les conditions de la proposition, on a :

$$\forall n_j \in S_{m+1}, \exists a_{ij} \in B \text{ tel que } \begin{cases} z_{oj} < z_{oi} \\ n_i \in S_m \end{cases}$$

De plus on sait que :

$$\forall n_i \in S_m, \exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_o, n_i\}$$

Donc :

$$\forall n_j \in S_{m+1}, \exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_o, n_j\}$$

Ainsi il existe une chaîne élémentaire reliant l'origine à tous les éléments de S_{m+1} .

De plus si $n_j \in D$, alors $\exists \text{ une chaîne élémentaire } \{n_i, n_j\}$.

Par conséquent, pour tous les nœuds composant la chaîne élémentaire $\{n_o, n_i\}$, il existe également une chaîne élémentaire les reliant au nœud n_j . La proposition est donc vérifiée.

Ainsi, d'après cette proposition, il suffit de s'assurer que la méthode d'interpolation produise un graphe pour lequel chaque nœud est adjacent à au moins un nœud dont l'altitude est supérieure et à un nœud dont l'altitude est inférieure.

Par ailleurs, en préambule de la démonstration, on a fait l'hypothèse que le graphe issu de l'extraction du maillage représentant le réseau routier est connexe. Cette extraction du maillage est liée au réseau initial de la zone d'étude. Chaque arc est un dédoublement de l'arc qui représente le réseau initial discrétisé selon la méthode de triangulation décrite précédemment. Cette méthode assure que chaque arc est bien connecté à son double. Ainsi, il suffit que le réseau initial puisse être représenté sous la forme d'un graphe connexe pour que l'extraction du maillage représentant le réseau routier soit aussi un graphe connexe. Cette condition est donc à inclure dans l'étape de préparation du réseau.

La présente condition de validité du relief implique qu'un flux d'eau partant de l'origine puisse atteindre toutes les destinations. Du point de vue des déplacements, il s'agit d'une simplification de la réalité dans la mesure où il n'existe pas nécessairement de flux depuis un lieu origine vers toutes les destinations possibles. Cependant, ce flux pourrait exister.

4.2. Validité du point de vue des hypothèses de Saint-Venant

Pour utiliser les équations de Saint-Venant et simuler un écoulement d'eau, plusieurs hypothèses sont faites et notamment concernant la topographie (cf. partie 2, chapitre 1, section 1.2.1). En effet, les équations de Saint-Venant permettent de modéliser des écoulements en eaux peu profondes sur des topographies pour lesquelles la pente du fond est modérée. Il est supposé que les différences d'altitudes au sein du domaine sont petites c'est-à-dire que si α est la pente d'un arc du maillage, $\tan(\alpha)$ est inférieure à 0,1 (ou $\alpha \simeq \tan(\alpha)$).

La projection du maillage telle que réalisée jusqu'à présent ne garantit pas automatiquement cette condition. En effet, les différences d'altitudes entre le point le plus haut (l'origine) et le ou les points les plus bas (normalement une ou plusieurs destinations) est fonction de la distance à l'origine et du facteur d'attractivité associé aux destinations. Cette différence d'altitude importante se répercute sur les pentes des différents arcs correspondant au réseau routier. Il est donc nécessaire de prévoir une normalisation globale des altitudes afin de satisfaire cette condition. On définit le paramètre μ , tel que l'ensemble des altitudes sont normalisées dans l'intervalle $[0, \mu]$ (pour les besoins du logiciel TELEMAT-2D, les altitudes doivent être positives). Ce paramètre fait partie de ceux devant faire l'objet d'un calage.

Par ailleurs, comme l'écoulement ne se fait que sur les arcs représentant le réseau routier, on doit localement veiller à ce que les pentes de cet ensemble d'arcs ne soient pas trop importantes. Cela est facilité par la méthode d'interpolation. En effet, en tenant compte des distances aux nœuds destinations, on obtient un relief relativement lisse et exempt de variations locales importantes.

4.3. Correction de l'altitude de l'origine et des destinations

L'origine ne fait pas l'objet d'une projection et a donc pour altitude la borne supérieure de normalisation ($z_o = \mu$). Cette altitude correspond aussi à celle d'une destination à laquelle est associé un facteur d'attractivité nul.

Dans le cas où l'origine est entourée de destinations avec de faibles facteurs d'attractivité, celles-ci se situent à une altitude proche de celle de l'origine. Comme on détermine l'altitude des nœuds du maillage par interpolation des altitudes des nœuds origine-destination, les pentes des différents arcs partant de l'origine sont très faibles ce qui peut causer un « blocage » de l'écoulement sur le maillage (sur des pentes nulles, l'eau stagne). On se propose donc d'introduire un nouveau paramètre permettant de gérer l'altitude de l'origine en fonction de la borne supérieure de normalisation μ . Si z_o est l'altitude de l'origine n_o , on définit le paramètre ξ tel que $z_o = \xi \times \mu$. Ce nouveau paramètre doit également faire l'objet d'un calage.

D'après les précédents paragraphes, les destinations constituent des points bas du relief. L'écoulement de l'eau se fait donc en direction de ces nœuds. Ainsi, au cours de la simulation le fluide s'accumule au niveau des destinations et sur les nœuds avoisinant. Afin de pouvoir mesurer la quantité d'eau ayant atteint les destinations à l'issue de la simulation on diminue l'altitude de ces nœuds. L'objectif est de matérialiser un trou suffisamment profond pour contenir l'ensemble du flux d'eau s'étant écoulé vers chacune des destinations au cours de la simulation.

Conclusion

Dans le premier chapitre de cette partie, on a décrit les spécificités du module d'écoulement. Au sein de ce module, on résout le système d'équations de Saint-Venant lequel permet de simuler un écoulement d'eau peu profond et sur de faibles pentes. La résolution du système repose sur la méthode des éléments finis et est opérée grâce au logiciel TELEMAD-2D.

Dans ce deuxième chapitre, on a préparé le support de l'écoulement, c'est-à-dire le maillage ($G_2(N, A)$) et la topographie (ensemble des z_{oi} associés aux nœuds du maillage) qui constituent les données d'entrée du module d'écoulement (cf. figure 31).

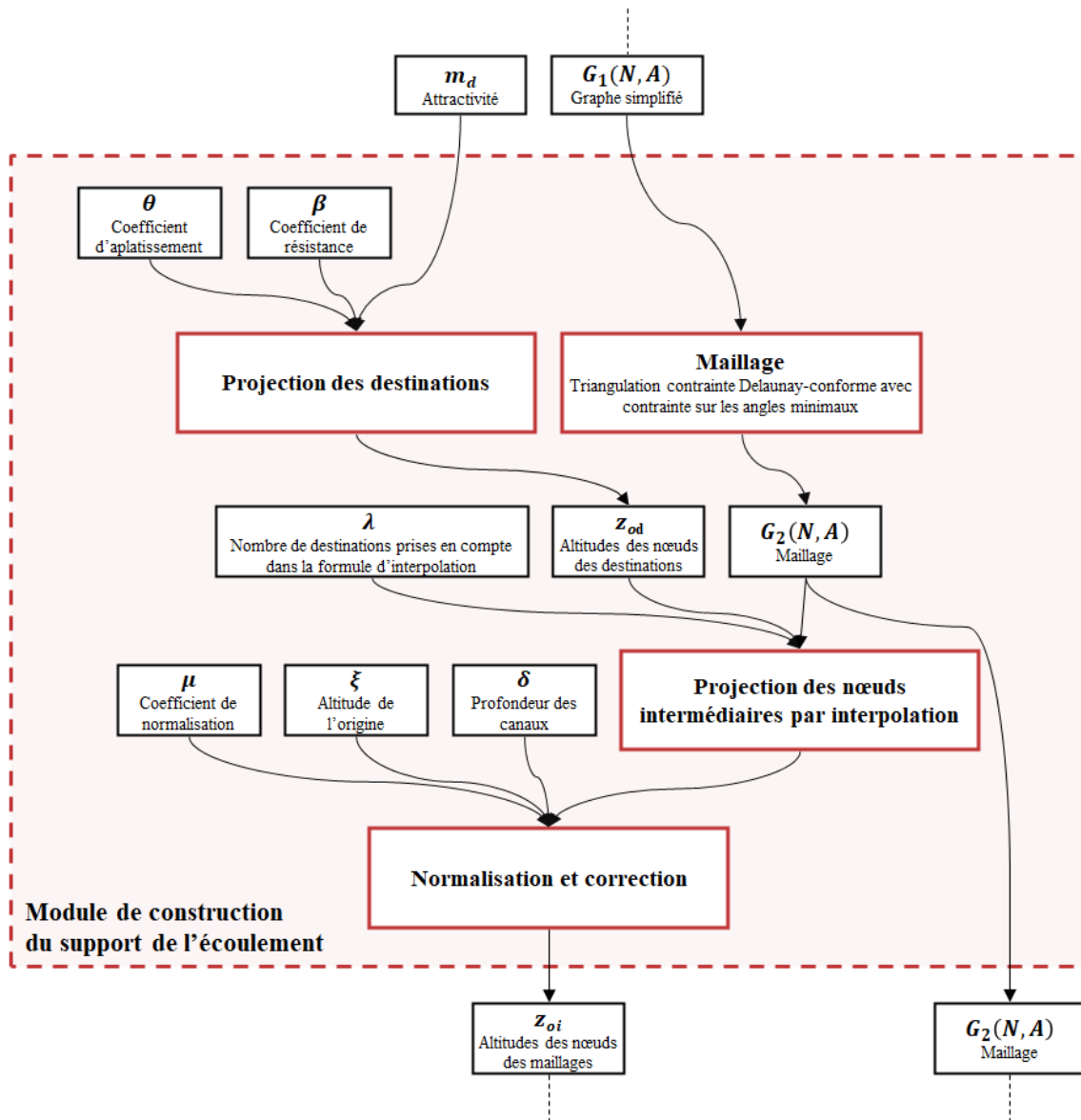


Figure 31 Logigramme du module de construction du support de l'écoulement

Ce support est basé sur un maillage du domaine d'étude issu d'une triangulation contrainte Delaunay-conforme avec contrainte sur les angles minimaux. Dans cette triangulation, le champ de contrainte est constitué des bords des voies du réseau routier.

Le support est ensuite projeté dans la troisième dimension. Plus spécifiquement, on définit en premier lieu une altitude pour les nœuds du maillage représentant les destinations. Cette altitude est fonction du nœud origine considéré, de la distance entre l'origine et la destination et du facteur d'attractivité associé à la destination. En second lieu, on calcule l'altitude de chacun des nœuds intermédiaires par interpolation avec celles des nœuds destinations. Cette projection permet de produire des reliefs qui retranscrivent dans la troisième dimension les relations d'attractivité entre les différents pôles du domaine d'étude.

Les reliefs ainsi constitués sont corrigés afin d'être valides tant du point de vue de l'analogie que des hypothèses inhérentes au système d'équations de Saint-Venant et à sa méthode de résolution. Les altitudes sont ainsi normalisées (paramètre μ) afin de satisfaire les hypothèses liées aux faibles pentes. On introduit une correction sur l'altitude de l'origine (paramètre ξ) et sur les nœuds intermédiaires correspondant au réseau routier (paramètre δ).

Finalement, en sortie du module de construction du support de l'écoulement, on a bien un maillage assorti de plusieurs topographies (une pour chaque nœud origine). En entrée de ce module, on doit se donner un graphe. Sa construction est abordée dans le troisième et dernier chapitre de cette partie.

Chapitre 3. Analogie topologique

Le troisième verrou à lever concerne l'élaboration du graphe routier. Dans le module de construction du support de l'écoulement développé dans le deuxième chapitre de cette partie, on construit un maillage du territoire d'étude à partir d'un graphe routier. Après projections des nœuds, ce maillage constitue le support de l'écoulement tel que simulé avec le logiciel TELEMAC (chapitre 1 de cette partie). De ces deux étapes de modélisation ressortent un certain nombre de contraintes dont on doit tenir compte pour produire le graphe routier.

Dans ce chapitre, on commence par revenir sur les modalités de construction d'un graphe routier lequel est une représentation abstraite et simplifiée du réseau routier. On spécifie ensuite les particularités du graphe routier à partir duquel est construit le maillage. Ce graphe doit satisfaire les contraintes issues des modules développés dans les deux premiers chapitres de cette partie. Enfin, on traite de la complexité d'un tel graphe et des conséquences que cela induit sur l'exécution du modèle.

1. Théorie des graphes

La construction d'un graphe routier pour le modèle MIPSiT nécessite de revenir sur le processus permettant de passer du réseau routier réel au graphe.

1.1. Du réseau routier réel au graphe

Dans un modèle ayant pour données d'entrée un réseau routier, on représente le plus souvent ce réseau sous la forme d'un ensemble de lignes et de points dotés d'attributs (Airault, 1997; Appert et Chapelon, 2013). Ces attributs permettent de retranscrire la diversité des caractéristiques des tronçons du réseau. Une telle représentation constitue une abstraction de la réalité (Ruan et al., 2011) dans la mesure où l'on simplifie l'objet réel qu'est le réseau routier tout en essayant d'en conserver les propriétés principales (Ory, 2017). Par exemple, on cherche à maintenir les relations topologiques (tronçons de routes reliant des intersections), mais on simplifie la courbure des routes. On parle aussi d'opération de généralisation (Béguin et Pumain, 2014). En fonction des applications auxquelles on destine cette représentation, on se donne un niveau d'abstraction. Plus le niveau d'abstraction est important, plus la représentation du réseau routier est simplifiée. Au contraire, un niveau d'abstraction faible, signifie que l'on conserve plus de détails sur le réseau routier initial.

En mathématiques, cet ensemble de points et de lignes est appelé graphe (*cf.* figure 32). Les lignes, ou dans le vocabulaire de la théorie des graphes les arcs, correspondent aux différents tronçons de routes. Chaque arc hérite des propriétés du tronçon de route qu'il représente. Ces propriétés sont par exemple la vitesse maximale autorisée, la largeur ou le nombre de voies. Les points, appelés aussi nœuds, correspondent aux changements d'état du réseau c'est-à-dire aux intersections, aux changements de caractéristiques de la voirie ou aux virages. Ils peuvent également être dotés de propriétés pour, par exemple, inclure une description du régime de priorité d'une intersection.

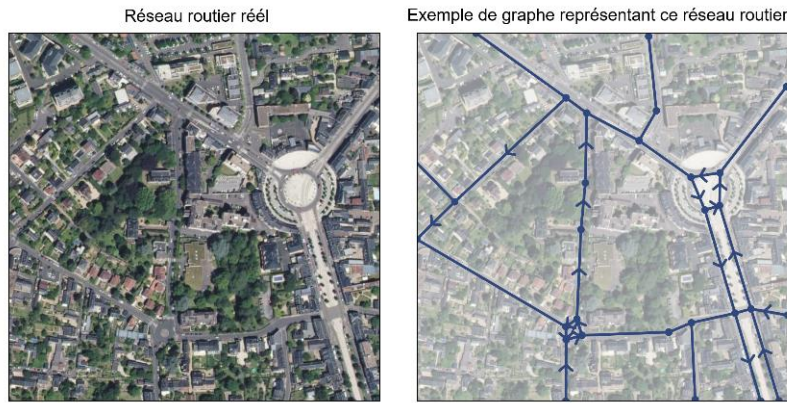


Figure 32 Exemple d'un graphe représentant une portion du réseau routier réel (source : Géoportail)

On définit un graphe de la manière suivante (Mathis, 2003). Soit $G = (N, A)$ un graphe où N désigne l'ensemble des nœuds (appelés aussi sommets) et A l'ensemble des arcs du graphe. Chaque nœud n_i , c'est-à-dire chaque changement d'état du réseau, est décrit par un vecteur comprenant ses coordonnées x et y . Les éléments a_{ij} de A , correspondant aux différents tronçons du réseau routier, sont des couples constitués d'éléments de l'ensemble N . Lorsque ces éléments sont ordonnés (*i.e.* lorsque $a_{ij} = (n_i, n_j)$ et $a_{ji} = (n_j, n_i)$ désignent deux arcs différents), on parle de graphe orienté.

Un tel graphe routier possède des propriétés différentes selon le niveau d'abstraction. On se propose de les étudier dans la section suivante.

1.2. Caractéristiques d'un graphe routier

Selon le niveau d'abstraction que l'on se donne, le graphe issu du réseau routier ne possède pas le même nombre de nœuds et d'arcs. Ainsi, on peut construire plusieurs représentations d'une même portion du réseau routier (*cf.* figure 33), chacune ayant des caractéristiques différentes.

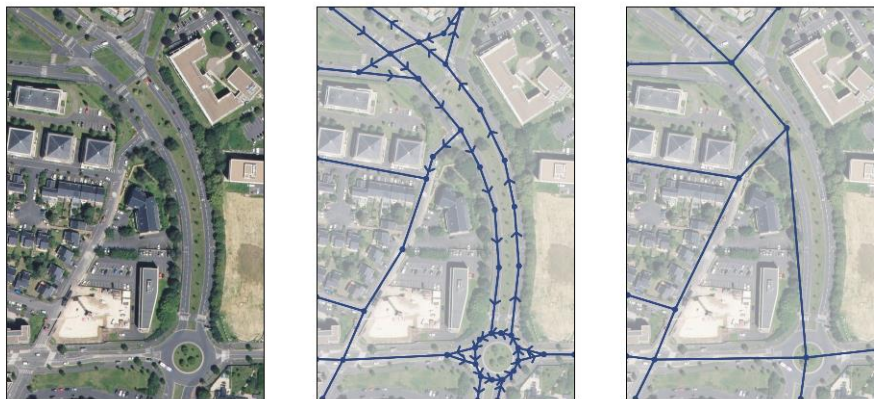


Figure 33 Exemples de deux graphes représentant une même portion du réseau routier (source : Géoportail)

Un graphe routier est orienté ou non (*cf.* figure 34). Dans un graphe orienté, un tronçon de route en double-sens peut être représenté par deux arcs et un tronçon en sens unique par un arc. Au contraire, dans un graphe non-orienté, correspondant à un niveau d'abstraction plus élevé, tous les tronçons de routes qu'ils soient en sens unique ou non sont représentés par un seul arc. Dans ce deuxième cas, il s'agit d'une simplification de la réalité. Celle-ci peut être notamment faite lorsqu'on considère un graphe à une échelle macroscopique.

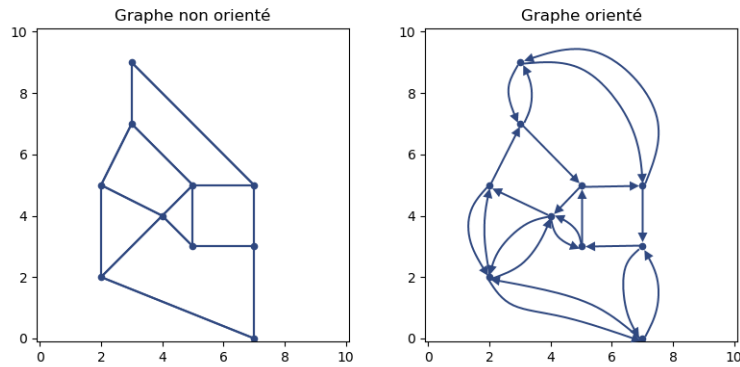


Figure 34 Exemples graphe non orienté et de graphe orienté

De la même manière, selon le niveau d'abstraction, le graphe routier peut être vu comme un graphe planaire ou non. Un graphe est planaire lorsqu'on peut le dessiner dans un plan sans qu'aucun arc ne se croise (cf. figure 35). À un niveau d'abstraction peu élevé, un graphe est généralement non planaire du fait de la présence de passages dénivelés (tunnels et ponts) pouvant croiser d'autres tronçons de routes. À l'inverse, un graphe routier planaire implique la non prise en compte de ces passages dénivelés et constitue un niveau d'abstraction plus important. Etant donné le peu de tronçons que cela concerne au regard du nombre total de tronçons d'un réseau routier, c'est généralement une simplification qui est effectuée.

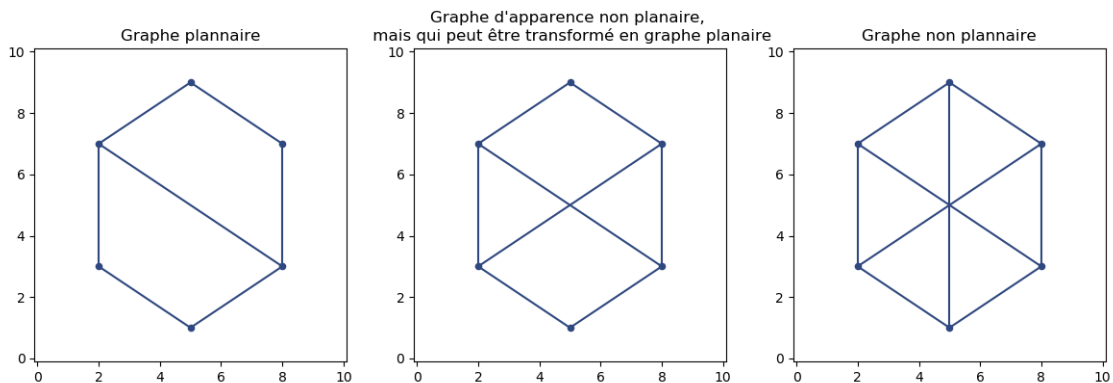


Figure 35 Exemples de graphe planaire et de graphe non planaire

On peut aussi faire le choix de représenter tout ou partie du réseau en fonction de la typologie des voies. Ainsi, le graphe routier peut uniquement retranscrire le réseau de voies principales ou inclure tous les types de routes jusqu'aux chemins. Par ailleurs, pour un même tronçon de route comprenant plusieurs voies par sens, on peut les figurer par plusieurs arcs ou au contraire les résumer à un seul arc. Un tronçon de voie entre deux intersections peut être représenté par un unique arc ou par une séquence d'arcs et de nœuds permettant, par exemple, de retranscrire un virage. Enfin, une intersection peut être représentée par un seul nœud ou par un ensemble d'arcs et de nœuds matérialisant tous les mouvements tournants (cf. figure 36).

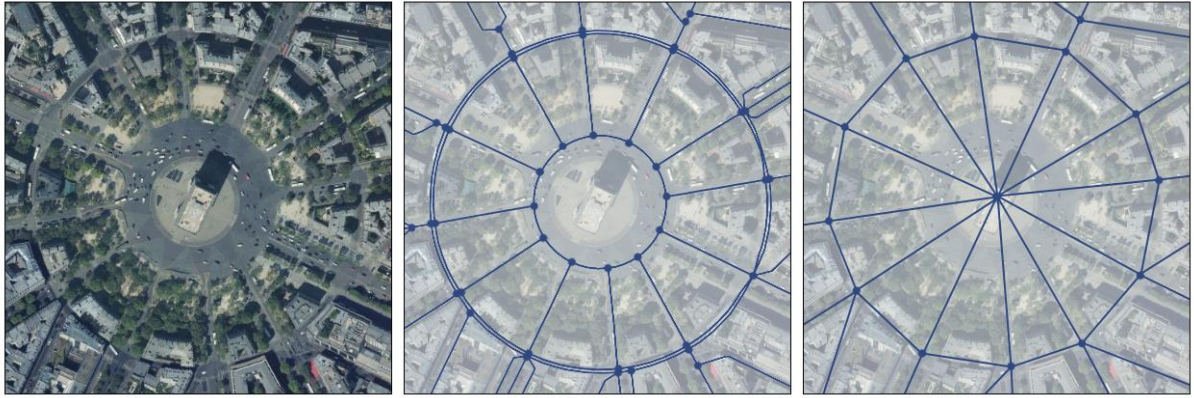


Figure 36 Deux représentations de la place de l'Etoile (Paris, 75), une intersection complexe (source : Géoportail)

Comme on l'a vu dans cette section, il existe plusieurs manières de représenter un réseau routier sous la forme d'un graphe. Cette transformation nécessite de se donner un niveau d'abstraction nécessaire et suffisant en fonction de l'application à laquelle on destine ce graphe. De cette manière, on détermine des choix de représentation et de simplification d'un réseau routier initial. Un faible niveau d'abstraction constitue généralement une description lourde du réseau routier et comprend un nombre important de nœuds et d'arcs. Dans notre cas, le graphe routier constitue une des données d'entrée de notre modèle. Le niveau d'abstraction est donc guidé par les différents éléments d'analogie du modèle mais aussi par ses différentes composantes c'est-à-dire par les contraintes induites par les modules développés dans les chapitres 1 et 2 de cette partie.

2. Simplification induite par des éléments du modèle

Une des entrées de notre modèle est un graphe représentant le réseau routier. Que ce soit les éléments de l'analogie à la base de la construction du modèle ou son champ d'application (modélisation macroscopique de l'écoulement du trafic), ces éléments amènent à définir le niveau d'abstraction du réseau routier.

2.1. Graphe routier et simulation macroscopique de l'écoulement du trafic

Le modèle MIPSiT développé jusqu'ici est un modèle macroscopique. Son objet est de caractériser le comportement global du trafic à une échelle allant de la dizaine à la centaine de mètres sur des territoires allant d'une agglomération à une région. À ces échelles, certains détails fins du réseau sont imperceptibles.

Le réseau routier inclut tous les types de routes du chemin de terre à l'autoroute en passant par toutes les variations de largeur et d'aménagement intermédiaires. Dans une approche macroscopique de l'écoulement du trafic, on ne cherche pas à restituer tous les flux de trafic sur tous les types de voies. On peut donc omettre certains types de voies de moindre importance. Par exemple, le réseau routier utilisé dans le modèle de déplacements urbains et suburbains de la région Ile de France (MODUS) comprend 22 000 kilomètres de voies sur environ 37 000 kilomètres de voies que compte la région (Tremblin et al., 2021). Les routes modélisées sont les autoroutes, les voies rapides et les

artères principales (boulevard, avenues et autres voies structurantes). Une partie du réseau routier, constituée de voies de dessertes et de rue de faible importance est donc ignorée.

Pour prolonger cette discussion, la simplification selon le type de voie est aussi motivée par les spécificités de l'étape de calage. Au cours de cette dernière, on cherche à déterminer les coefficients inconnus des différentes équations. Pour se faire, on compare les résultats d'une simulation aux flux de référence. Ceux-ci sont généralement issus de comptages permanents ou temporaires mis en place par les gestionnaires du réseau routier (collectivités territoriales, gestionnaires privés ou publics des autoroutes). Ces points de comptages se trouvent en majorité sur les voies principales accueillant le plus de trafic. Il est donc difficile de faire des comparaisons sur les voies de moindre importance pour lesquelles ces points de comptage n'existent pas.

Dans le cadre d'un modèle macroscopique tel que le modèle MIPSiT, on limite le réseau routier et le graphe le représentant aux voies principales : autoroutes, voies rapides, routes nationales ou départementales majeurs dans les zones rurales ; avenues, boulevards ou autre voies structurantes dans les zones urbaines. Cette simplification selon le type de voie constitue un premier niveau d'abstraction du réseau routier.

2.2. Analogie hydrodynamique et graphe

Le modèle MIPSiT formulé dans les chapitres 1 et 2 de cette partie repose sur l'analogie entre l'écoulement du trafic sur un réseau routier et l'écoulement de l'eau sur un réseau hydrographique. Les spécifications de ce modèle ainsi que cette analogie imposent plusieurs simplifications et contraintes sur le graphe représentant le réseau routier. Celles-ci sont la conséquence à la fois de la création du maillage et des modalités de simulation de l'écoulement.

Dans notre modèle, on simule un écoulement d'eau sur une surface continue représentée par un maillage. On a contraint ce maillage de manière à représenter des vallées suivant le tracé des différents arcs du réseau routier. Cette opération ne permet pas à deux arcs de se croiser sans former un nœud. Le graphe issu du réseau routier doit donc être un graphe planaire (*cf.* figure 35). Comme on la verra dans la section 1 de ce chapitre, cela n'est pas toujours le cas notamment du fait de la présence de tunnels ou de ponts permettant à deux voies de se croiser sans former d'intersections. Le passage à un graphe planaire est donc une simplification de la réalité.

Le maillage tel que construit dans le chapitre précédent fait l'objet d'une projection relativement à chacun des nœuds origine. Chaque nœud du maillage se voit doté d'une altitude en fonction de celles des destinations proches. Le graphe résultant de ce maillage est un graphe orienté. En effet, le flux s'écoule dans un seul sens sur chaque arc en fonction notamment de leurs pentes. Il n'est donc pas nécessaire que le graphe passé en entrée de l'étape de maillage soit lui-même orienté. Là encore, il s'agit d'une simplification par rapport à la réalité dans la mesure où l'on ne tient pas compte de l'ensemble des voies à sens unique.

Dans la simulation de l'écoulement du trafic avec les équations de Saint-Venant, on considère un écoulement d'eau depuis un point origine jusqu'à des points destinations sans apport ni perte intermédiaires. Le flux entrant à l'origine doit être retrouvé aux différents exutoires (*i.e.* aux destinations). Pour que ce soit effectivement le cas, on a démontré à la section 4 du chapitre 2 de cette partie qu'il est nécessaire que le graphe soit connexe (*cf.* figure 37). Le graphe issu du réseau routier

doit donc être d'un seul tenant, c'est-à-dire qu'on doit pouvoir construire un chemin depuis chaque nœud du graphe vers tous les autres.

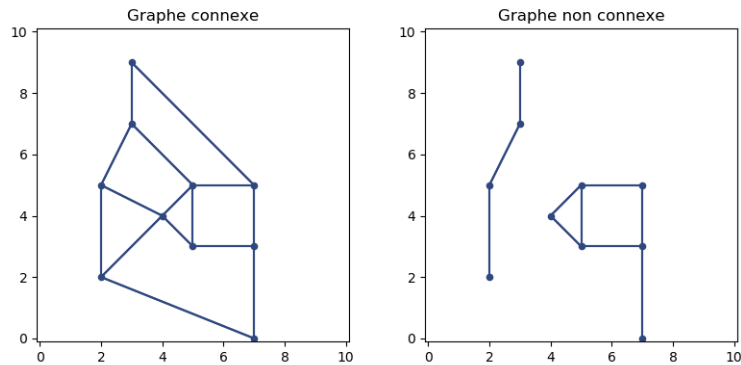


Figure 37 Exemples de graphe connexe et graphe non connexe

On a également vu dans la section 4 du chapitre 2 de cette partie les conditions de validité d'un relief issu du maillage d'un point de vue de l'écoulement. Un relief est valide si et seulement si pour chaque nœud du graphe il existe un chemin dont les pentes sont positives jusqu'à l'origine et un chemin dont les pentes sont négatives jusqu'à au moins une des destinations. En conséquence, le graphe routier ne doit pas contenir de nœuds formant des isthmes (à l'exception des nœuds origine et destinations) c'est-à-dire de nœuds n'ayant qu'un seul nœud adjacent (cf. figure 38). En effet chaque nœud du graphe routier doit au moins avoir deux nœuds adjacents pour que la propriété précédente soit vérifiée.

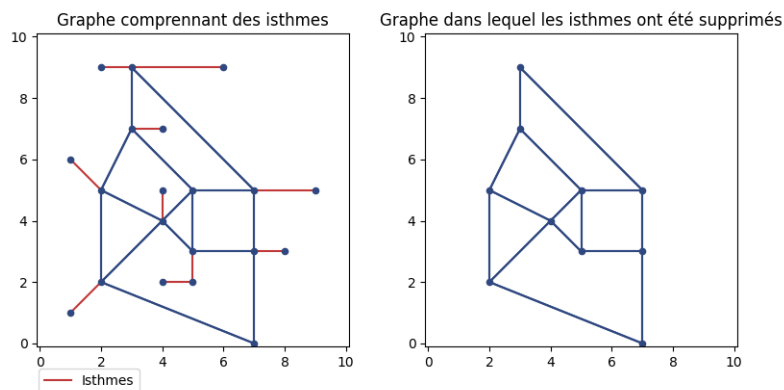


Figure 38 Exemples de graphe avec et sans isthmes

Pour résumer, le graphe routier que l'on construit doit être un graphe planaire, connexe, non orienté et ne pas comporter d'isthmes. Par ailleurs, il ne représente pas la totalité du réseau routier mais uniquement les voies considérées comme principales. Malgré tout, ce graphe comprend des centaines de milliers de nœuds et d'arcs à l'échelle d'une région si l'on inclut tous les changements d'état (intersections, virages, changements de caractéristiques de la voirie).

3. Complexité numérique inhérente à la complexité du réseau

Dans le modèle MIPSiT, lorsqu'on simule le trafic, on utilise une méthode en éléments finis pour résoudre les équations de Saint-Venant. On a vu dans la section 2.2 du chapitre 1 de cette partie, que le temps de calcul par cette méthode est fortement dépendant de la taille du maillage passé en entrée. Plus il y a d'éléments dans le maillage, plus le temps de calcul est long. Le nombre d'éléments résulte de plusieurs paramètres définis lors de la construction du maillage. Dans notre cas, le maillage est une triangulation contrainte Delaunay-conforme avec contrainte sur les angles minimaux. Avec cette méthode de triangulation, le nombre d'éléments est généralement plus important que pour, par exemple, une simple triangulation contrainte (cf. figure 39).

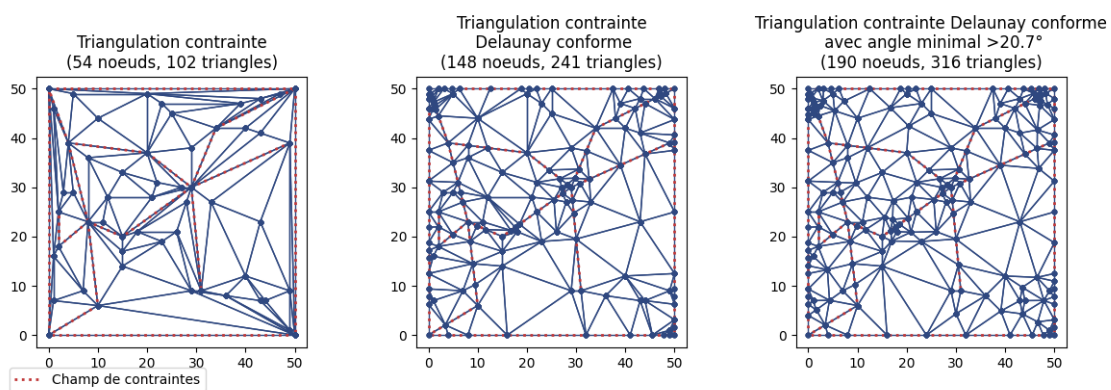


Figure 39 Exemples de triangulations de complexités inégales

La complexité du champ de contrainte en termes de nœuds et d'arcs conditionne également le nombre d'éléments du maillage (cf. figure 40). Dans notre cas, c'est le graphe routier qui joue ce rôle.

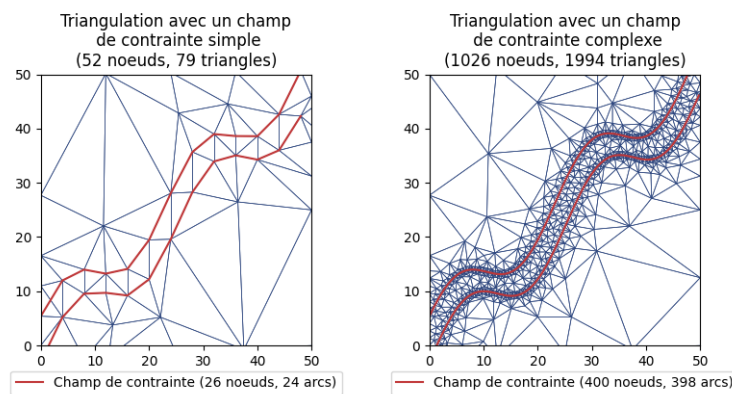


Figure 40 Exemples de triangulations avec des champs de contrainte de complexité différente

Dans la mesure où les capacités informatiques ne sont pas illimitées, il est nécessaire de se donner un niveau d'abstraction du réseau routier permettant de produire un graphe routier compatible avec un « temps raisonnable »⁴ d'exécution de la méthode en éléments finis. Il n'y a donc pas

⁴ Dans notre cas, comme on doit effectuer une simulation pour chaque origine, un « temps raisonnable » signifie quelques minutes à quelques dizaines de minutes pour chaque simulation.

d'obstacle théorique à l'application du modèle MIPSiT à partir d'un graphe routier tel que défini dans les précédentes sections de ce chapitre. Les simplifications opérées dans la suite de cette section sont nécessaires uniquement du fait de la complexité numérique de la méthode en éléments finis.

On se propose de fixer le niveau d'abstraction du réseau routier au regard de ces objectifs. Un premier élément à fixer est le niveau de description des intersections. Comme on l'a vu précédemment, on peut décrire une intersection en la résumant à un seul point ou en détaillant l'ensemble des mouvements tournants possibles. Afin de construire une représentation simplifiée du réseau routier mais aussi au regard de l'échelle à laquelle on réalise la simulation de l'écoulement du trafic, on représente les intersections en les résumant par un seul nœud. Cela vaut pour des intersections simples comme un carrefour à quatre branches mais aussi pour des intersections plus complexes tels que des giratoires voir des échangeurs autoroutiers.

Par ailleurs, à un faible niveau d'abstraction du réseau routier, le graphe correspondant comprend une description de l'ensemble des courbes des différents tronçons de routes. De cette manière, un tronçon compris entre deux intersections peut être divisé en de multiples petits tronçons au plus proche de la courbure réelle de la route. Ces nœuds intermédiaires ont pour effet d'augmenter le nombre d'arcs du graphe routier et par conséquent le nombre d'éléments dans le maillage ainsi que les temps de calculs. Afin d'alléger la représentation sous forme de graphe du réseau routier, on simplifie les routes reliant deux intersections par un seul arc en faisant abstraction des courbes du réseau routier réel.

Finalement, le graphe $G_1(N, A)$ représentant le réseau routier est connexe, planaire, non orienté et ne possède pas d'isthmes en dehors des nœuds origine et destinations. Il est défini comme une abstraction des principaux axes du réseau routier dans laquelle on ne conserve que les nœuds représentant des intersections. Chaque intersection est elle-même simplifiée de manière à être matérialisée par un unique nœud.

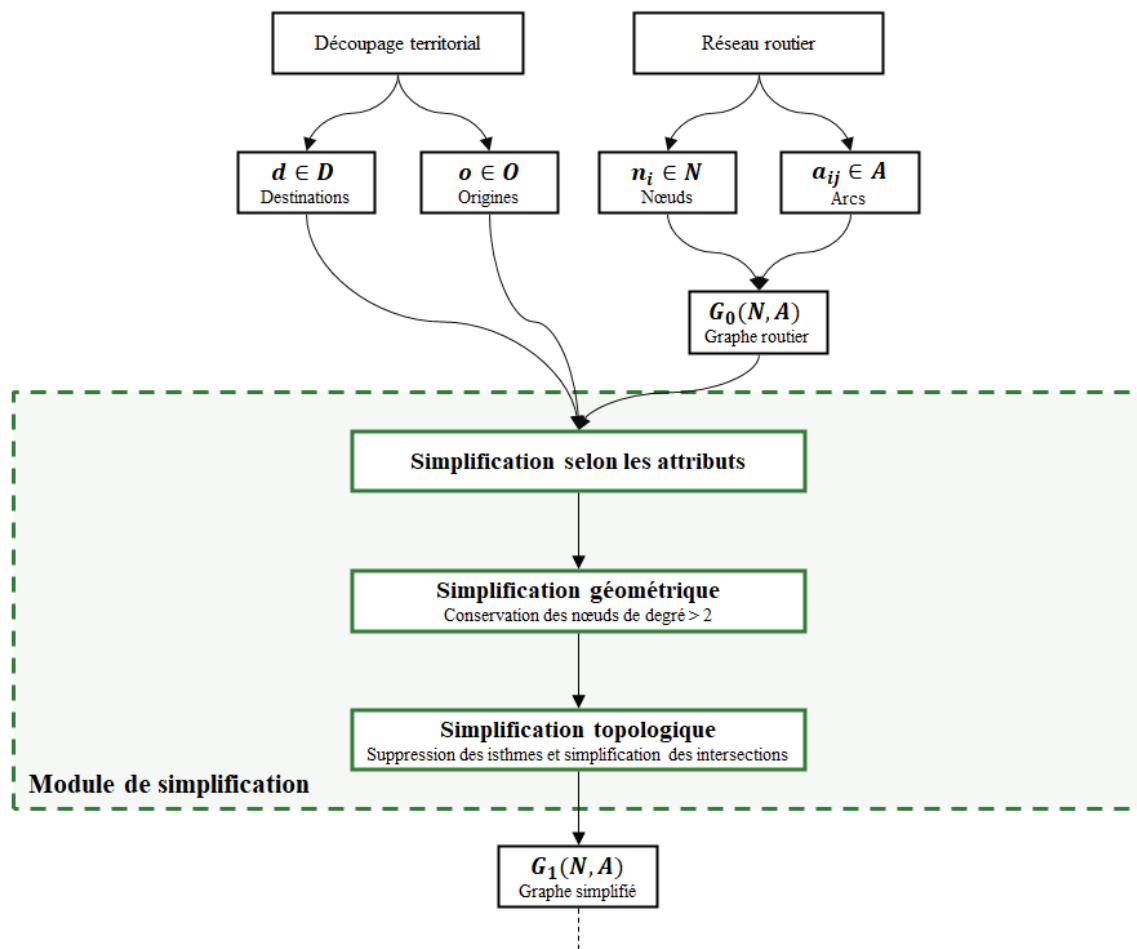


Figure 41 Logigramme du module de simplification

Conclusion

Le modèle MIPSiT développé dans cette partie est un modèle macroscopique intégrant les deux grandes approches de modélisation dans le domaine des transports. En effet, il vise à la fois la simulation de la demande de transport et celle de l'écoulement du trafic. Ce modèle repose sur l'analogie suivante : l'écoulement du trafic routier quotidien est analogue à celui d'un liquide (physique). Au travers de cette analogie, on cherche à lever certaines limites inhérentes au chainage des approches statiques et dynamiques de la modélisation dans le domaine des transports. En particulier, on traite des incompatibilités mathématiques de ces deux approches (relation au temps, compatibilité des variables lors du passage d'une approche à l'autre).

Le modèle MIPSiT prend en entrée quatre jeux de données. Un découpage du territoire d'étude dans lequel chaque zone est réduite à un point par exemple le centre de gravité (centroïde) de la zone. Ce premier jeu de données constitue les nœuds origines n_o et destinations n_d du modèle. À chacun de ces centroïdes sont associées des données de population p_o et un facteur d'attractivité m_d . Le dernier jeu de données est celui décrivant le système de transport. Pour notre modèle, il s'agit d'une description du réseau routier sous la forme d'un graphe $G_0(N, A)$. Ces données d'entrée sont très similaires à celles d'une chaîne de modélisation à quatre étapes.

Dans cette partie, on a développé trois modules qui constituent le modèle MIPSiT (cf. figure 42). Le module de simplification ainsi que le module de construction du support de l'écoulement visent à préparer les données d'entrée du troisième module. Le module d'écoulement comprenant l'exécution du logiciel TELEMAC-2D, permet de simuler l'écoulement.

Dans le module de simplification, on cherche à simplifier le réseau routier afin d'obtenir un graphe routier suffisamment simple pour que la simulation de l'écoulement grâce à TELEMAC-2D se fasse dans un « temps raisonnable ». Ce module prend en entrée la description du système de transport et retourne un graphe routier simplifié $G_1(N, A)$.

On construit le support de l'écoulement grâce au deuxième module. Ce support ou « relief » doit répondre à plusieurs contraintes. Il doit être modélisé en fonction des facteurs d'attractivité associés aux destinations et des distances séparant les destinations de l'origine. On construit donc autant de reliefs qu'il y a d'origines. Ce support doit également être valide du point de vue de la simulation de l'écoulement et donc être conforme aux hypothèses relatives aux équations du module d'écoulement. Enfin, il doit également être construit de manière à ce que la méthode de résolution implémentée dans le module d'écoulement puisse fonctionner. Ce support est donc une discrétisation (ou maillage) de l'espace d'étude en éléments triangulaires relativement uniformes. Les altitudes associées aux différents nœuds du maillage composent des reliefs dans lesquels les segments du maillage sont en faibles pentes. Ce module prend en entrée le graphe routier issu du module de simplification, les facteurs d'attractivité associés aux destinations ainsi qu'un ensemble de paramètres liés à la projection et au maillage de la zone d'étude. Ces paramètres doivent faire l'objet d'un calage. En sortie, le module retourne un maillage $G_2(N, A)$ constitué de nœuds et d'éléments triangulaires ainsi qu'une matrice des altitudes z_{oi} associées à chaque nœud en fonction de l'origine considérée.

Le module d'écoulement est constitué du logiciel TELEMAC-2D dans lequel on simule un écoulement d'eau sur les reliefs passés en entrée. La modélisation de cet écoulement repose sur le système d'équations de Saint-Venant résolu grâce à une méthode en éléments finis. TELEMAC-2D prend en entrée le maillage $G_2(N, A)$ ainsi qu'un ensemble de paramètres liés à la simulation de l'écoulement. En sortie, le module d'écoulement retourne pour chaque origine, les hauteurs d'eau totales h_{od} mesurées aux destinations ainsi que la hauteur d'eau h_{oit} sur chaque nœud du maillage pour chaque pas de temps.

Ces sorties font enfin l'objet d'un post-traitement. À partir des hauteurs d'eau relevées au niveau des nœuds destinations, on calcule le volume d'eau v_{od} sur les mailles correspondantes. Pour chaque origine, on calcule la proportion que représentent ces volumes d'eau par rapport à la somme des volumes arrivés sur l'ensemble des destinations. Cette proportion est ensuite multipliée par la population active associée à l'origine ce qui permet de reconstituer une matrice origine-destination (cf. équation 18) similaire à celle résultant d'un modèle statique de simulation de la demande de transport.

$$q_{od} = \frac{v_{od}}{\sum_{n_d \in D} v_{od}} \times p_o \quad 18$$

Les hauteurs d'eau h_{oit} aux nœuds, simulées pour chaque origine et pour chaque pas de temps, sont quant à elles sommées en proportion de la population p_o associée à chaque origine n_o . On obtient ainsi la hauteur d'eau h_{it} à chaque pas de temps indifféremment de l'origine considérée.

$$h_{it} = \sum_{n_o \in O} h_{oit} \times \frac{p_o}{\sum_{n_o \in O} p_o}$$

Enfin, on utilise l'équation de May pour passer des valeurs de hauteurs d'eau, analogues à celles de concentrations, à des valeurs de débits (cf. partie 1, chapitre 2, section 2.1).

$$q_{it} = h_{it} \times \left(v_{max}^{1-m} \left(1 - \left(\frac{h_{it}}{k_{max}} \right)^{p-1} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}} \quad 19$$

Dans la troisième et dernière partie de cette thèse on applique et on cale le modèle MIPSiT sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle.

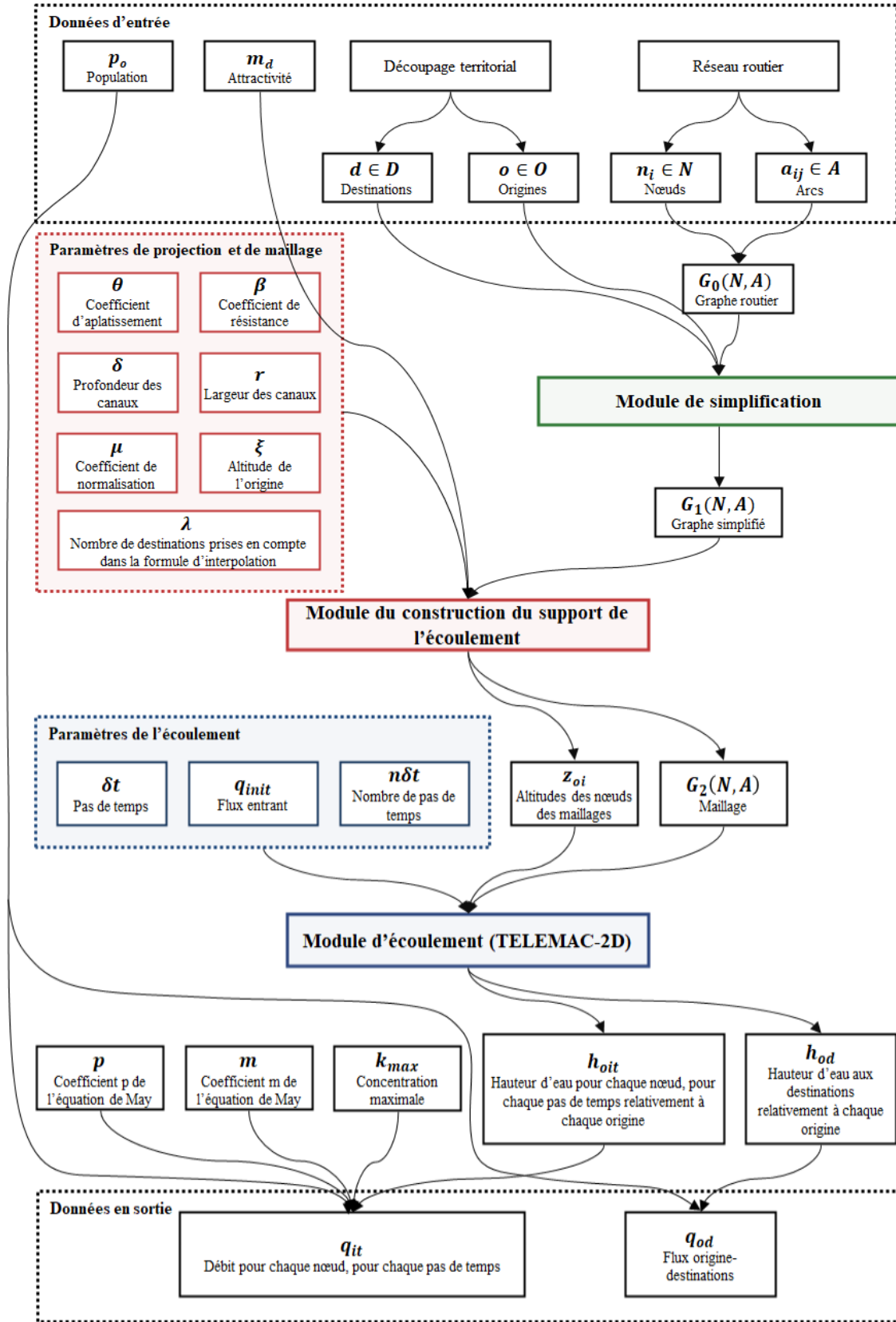


Figure 42 Logigramme du modèle MIPSiT

Partie 3. Résultats

Le modèle MIPSiT élaboré dans la deuxième partie de cette thèse est composé de trois modules :

- le module de simplification qui vise à préparer le graphe routier d'entrée ;
- le module de construction du support de l'écoulement qui vise à créer à partir du graphe routier simplifié des figures géométriques en trois dimensions reflétant les rapports d'attractivité entre les différentes zones du territoire d'étude ;
- le module d'écoulement constitué du logiciel TELEMAT-2D qui simule l'écoulement du trafic sur les précédents reliefs.

Ce modèle prend en entrée plusieurs jeux de données : les caractéristiques de population et d'attractivité du territoire, un zonage de ce territoire ainsi qu'une description du réseau routier.

Dans le premier chapitre de cette partie, on commence par présenter les caractéristiques du site d'étude choisit : le territoire du Schéma de Cohérence Territoriale (SCoT) de l'agglomération tourangelle. Comme on souhaite simuler la mobilité quotidienne liée au travail, on met notamment en avant les singularités de ce territoire en termes de répartition des emplois et des actifs. On explicite également les caractéristiques du réseau routier couvrant ce territoire. À partir de ces données d'entrée, on construit le graphe représentant le réseau routier ainsi que le maillage de la zone d'étude. Enfin, on cale les différents paramètres liés à la projection dans la troisième dimension de ce maillage.

Au le second chapitre, le modèle MIPSiT fait l'objet d'une application sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle. Les résultats des simulations sont comparés avec ceux d'enquêtes ou de comptages menés sur le terrain.

Chapitre 1. Site d'étude et paramètres de la simulation

Le modèle MIPSiT (*cf.* Partie 2) nécessite quatre jeux de données en entrée et comporte trois modules. Pour chacun de ces modules, plusieurs paramètres sont à fixer. Dans ce chapitre, on se propose de donner les principales caractéristiques du territoire d'étude choisit. On construit ensuite le maillage et on cale les différents paramètres du module de projection sur des données résultant d'une enquête ménage-déplacements réalisée sur le territoire d'étude.

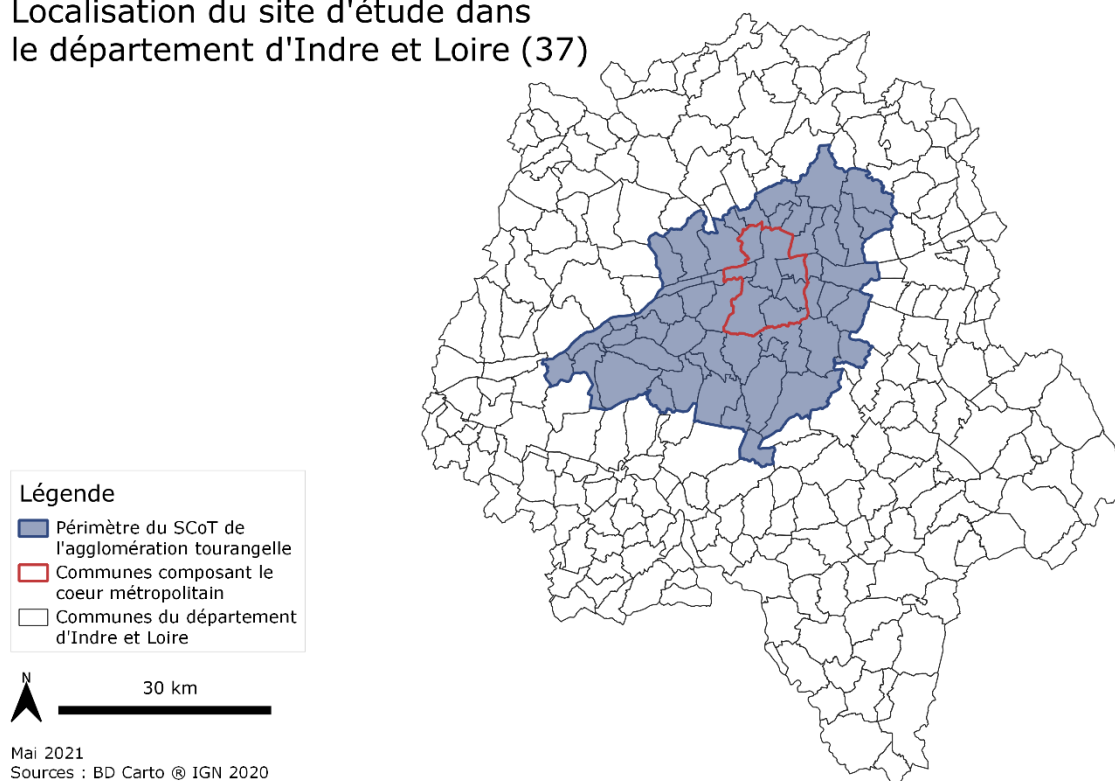
1. Site d'étude

1.1. Caractéristiques du site d'étude

Le site d'étude retenu pour appliquer le modèle développé dans cette thèse est celui du périmètre du SCoT de l'Agglomération tourangelle⁵ situé dans le département d'Indre-et-Loire. Celui-ci comprend 54 communes et 384 117 habitants (INSEE, 2015) essentiellement concentrés dans le cœur métropolitain composé des communes de Tours, Joué-lès-Tours, Saint-Cyr-sur-Loire, Saint-Avertin, Saint-Pierre-des-Corps, Chambray-les-Tours et La Riche (242 605 habitants, soit 63% de la population du territoire d'étude).

⁵ Cette recherche est financée par la région Centre-Val de Loire, ce qui explique que l'on ait choisit un terrain d'étude sur ce territoire.

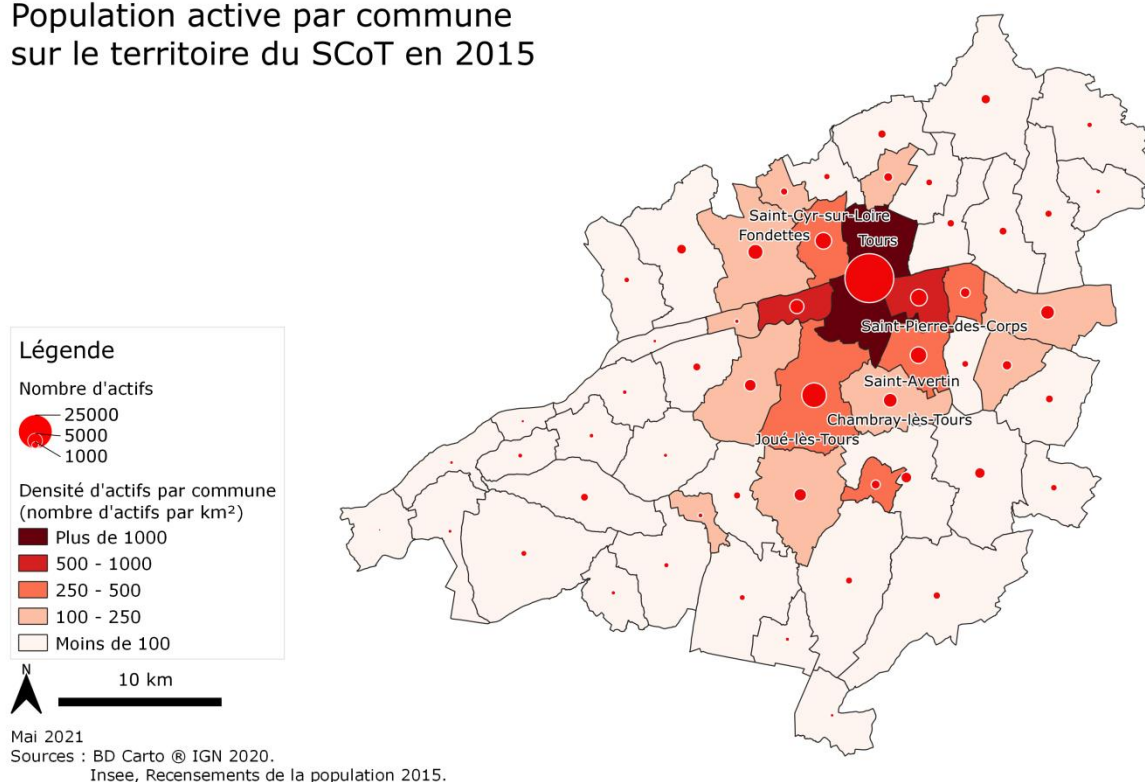
Localisation du site d'étude dans le département d'Indre et Loire (37)



Carte 1 Localisation du site d'étude dans le département d'Indre et Loire (37)

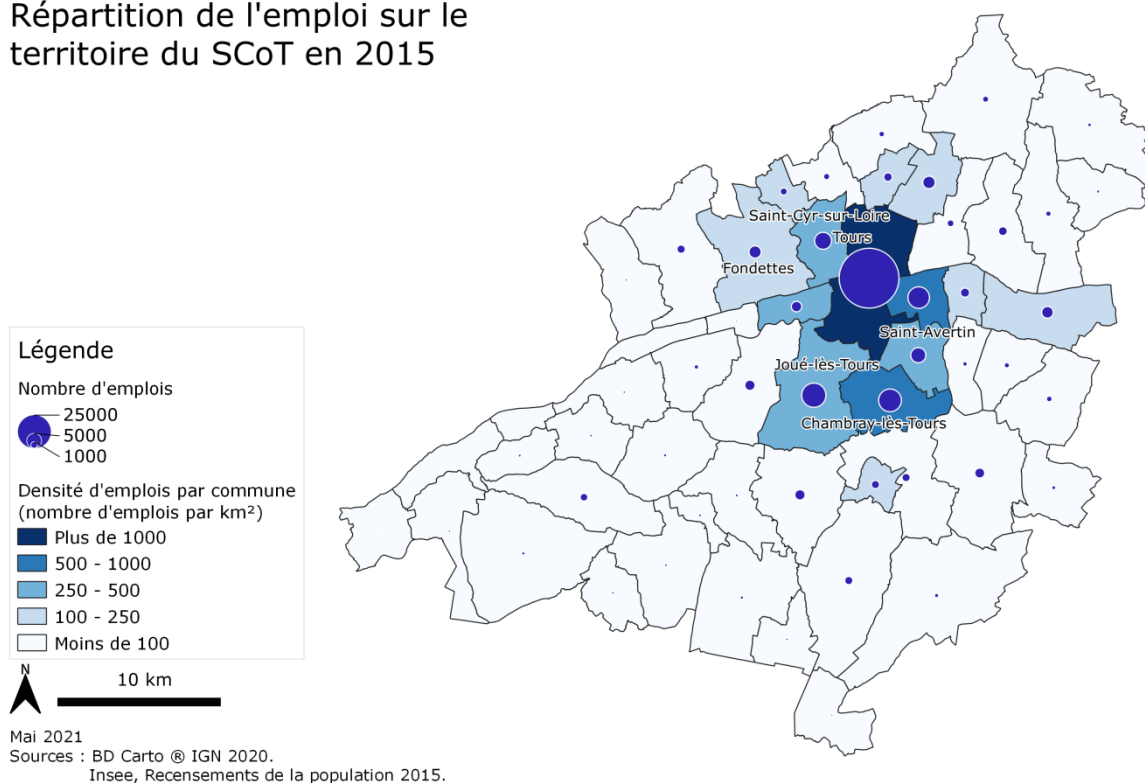
On se propose d'étudier la mobilité quotidienne liée au travail qui représente 21% des déplacements sur le territoire d'étude (Syndicat des Mobilités de Touraine, 2019). Comme dans un modèle gravitaire classique, on considère les masses en interaction comme données d'entrée du modèle MIPSiT. Pour la mobilité domicile-travail, ces masses sont la population active et le nombre d'emplois. La première joue le rôle d'émetteur de flux et la seconde d'attracteur de flux. Que ce soit la population active ou les emplois, ceux-ci se localisent essentiellement dans le cœur métropolitain (cf. cartes 2 et 3) avec 95 520 actifs (soit 60,2% des 158 731 actifs) et 130 136 emplois (soit 75,9% des 171 488 emplois).

Population active par commune sur le territoire du SCoT en 2015



Carte 2 Répartition de la population active sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2015

Répartition de l'emploi sur le territoire du SCoT en 2015

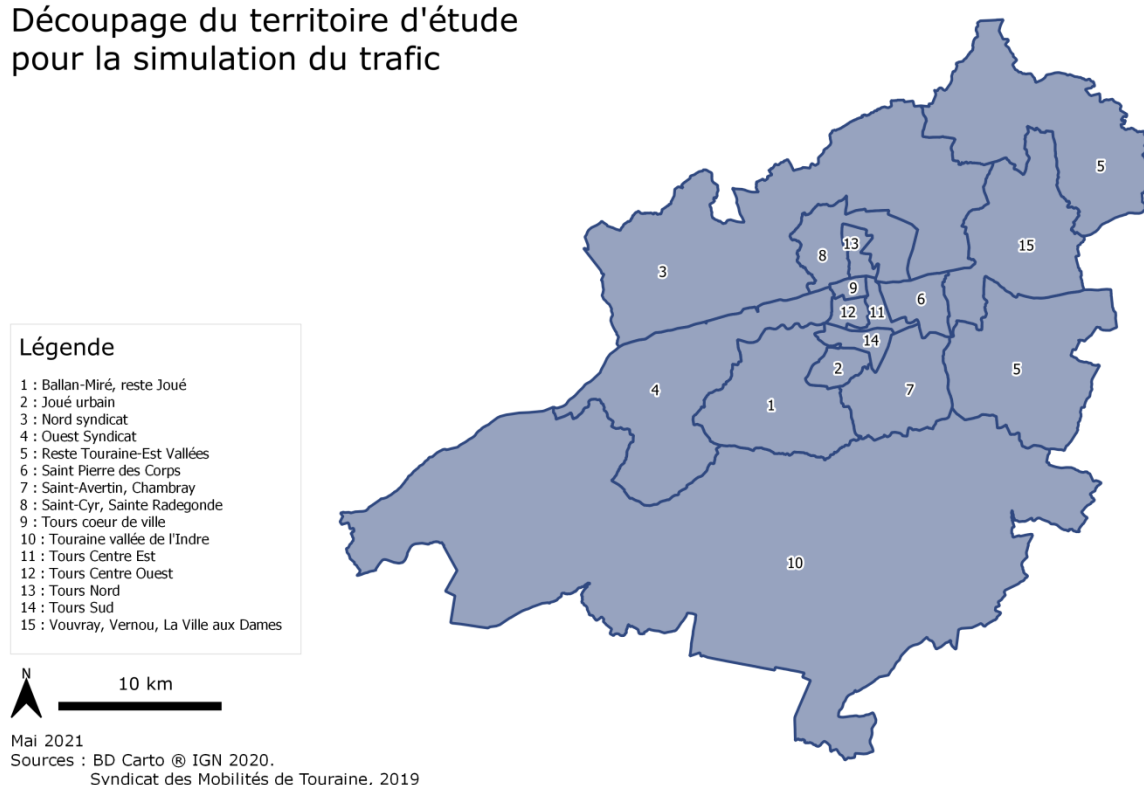


Carte 3 Répartition des emplois sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2015

1.2. Zonage du terrain d'étude

Le territoire est divisé en plusieurs zones de la même manière que pour un modèles classique de prévision de la demande de transport (cf. partie 1, chapitre 1). Les quinze zones retenues (cf. carte 4) correspondent au découpage de l'enquête ménage déplacement réalisée sur le département d'Indre-et-Loire en 2019 (Syndicat des Mobilités de Touraine, 2019). On choisit ce niveau de granularité car il s'agit du niveau le plus fin pour lequel les résultats de cette enquête sont disponibles et en particulier les flux domicile-travail entre les différentes zones. Ceux-ci constituent une partie des données de calage du modèle.

Découpage du territoire d'étude pour la simulation du trafic



Carte 4 Découpage du territoire d'étude pour la simulation du trafic

Dans le détail, on observe quelques singularités dans ce découpage. En premier lieu, les zones 5 et 15 constituent une seule intercommunalité (Communauté de Communes Touraine Est-Vallée) divisée en 2 zones dont l'une d'elle est séparée en deux parties. Ce découpage est motivé par le fait que les trois communes de Vouvray, Vernou-sur-Brennes et La Ville aux Dames font parties du périmètre des transports urbains de l'agglomération tourangelles alors que ce n'est pas le cas pour les autres communes de l'intercommunalité. En second lieu, on note la présence de zones aux formes atypiques. C'est le cas des zones n°3 (« Nord syndicat ») et n°8 (« Saint-Cyr, Sainte-Radegonde »). Les communes constituant chacune de ces zones partagent des caractéristiques similaires en termes de population et d'emplois et sont donc cohérentes pour l'analyse des flux. Cependant, pour nos simulations, cette agrégation peut poser problème au moment de l'affectation des flux. Celle-ci se fait en effet depuis et vers les centroïdes de chacune des zones. Ces deux éléments sont à prendre en compte lors de l'analyse des résultats et en particulier lors de l'analyse de la distribution des flux (cf. chapitre 2, section 1 de cette partie).

Les données d'emplois et de population sont agrégées ou désagrégées à l'échelle de ce zonage. En effet, certaines zones sont issues de l'union de plusieurs communes. Il est donc nécessaire d'agréger les données de population et d'emplois de chacune de ces communes. Pour d'autres zones, celles-ci sont des subdivisions de communes. Ainsi, pour les données de population active, on agrège les données disponibles à l'échelle infra-communale (à l'échelle des IRIS). Pour les données d'emplois, celles-ci ne sont disponibles qu'à l'échelle communale. On a donc réparti les emplois connus à l'échelle communale dans les différentes zones du territoire d'étude en proportion du nombre d'actifs. Ces données sont détaillées sur la figure 43 ci-dessous.

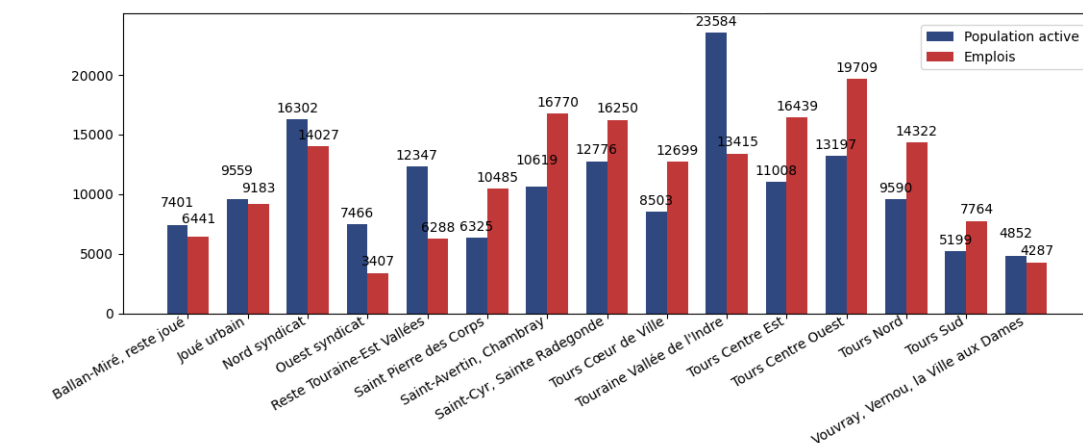
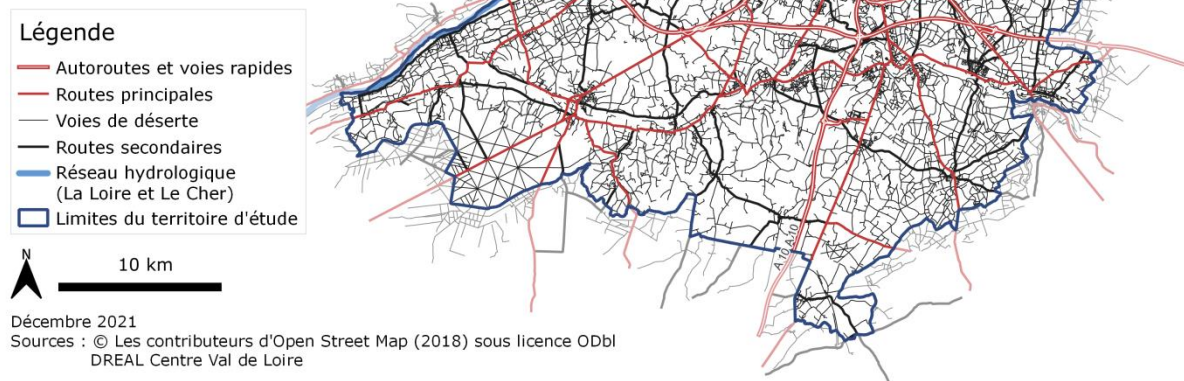


Figure 43 Population et emplois dans les 15 zones du territoire d'étude

1.3. Réseau routier du site d'étude

On considère le réseau routier du territoire du SCoT (cf. carte 5). Celui-ci comprend 8 254 kilomètres de voies allant du chemin de terre aux autoroutes. Il s'organise autour des grands axes autoroutiers que sont les autoroutes A10, A28 et A85 et de voies rapides comme le périphérique de Tours. Enfin ce réseau est aussi marqué par le réseau hydrographique (et notamment la Loire et le Cher) qui créent des coupures sur le territoire. On note ainsi la présence de huit franchissements au-dessus de la Loire et du Cher. Enfin, on observe une concentration de voies plus importante dans les zones les plus peuplées et notamment dans le cœur métropolitain mentionné précédemment.

Réseau routier et principaux cours d'eau sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle



Carte 5 Réseau routier et des principaux cours d'eau sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle

Le réseau routier, le découpage du territoire d'étude et les données de populations et d'emplois associées à chacune des zones constituent les données d'entrée du modèle.

2. Construction du graphe routier du périmètre du SCoT

À partir des quatre jeux de données précédents, on prépare les différentes données d'entrée du module d'écoulement (*i.e.* de TELEMAT-2D). En premier lieu on construit le graphe routier simplifié de la zone d'étude.

2.1. Du réseau au graphe routier en passant par les données géographiques

Un graphe routier est généralement construit à partir de couches de données géographiques. Ces données sont produites par l'Institut Géographique National (IGN) ou sont issues de sites de cartographie collaborative comme Open Street Map (Huynh et Selvakumar, 2020). Elles sont construites sur la même base qu'un graphe. Le réseau routier, ou de manière générale les réseaux de transport, sont représentés par des entités linéaires (des lignes définies par les coordonnées de leur deux extrémités et éventuellement par celles de points intermédiaires) assorties ou non d'attributs. Dans le cas du réseau routier, il s'agit par exemple du nombre de voies, du sens, de la limitation de vitesse ou du type de route.

Un tel graphe n'est généralement pas planaires. En effet, des lignes peuvent « se croiser » sans que leur intersection ne soit matérialisée par un point. Au-delà des ponts et tunnels (passages dénivelés), ces croisements peuvent représenter des intersections mal décrites dans les bases de données géographiques. Dès lors, il est difficile de différencier ces deux configurations sans y adjoindre d'autres données (par exemple des relevés topographiques). Par ailleurs, les intersections sont généralement détaillées par plusieurs points et lignes illustrant les différents mouvements tournants. Le graphe ainsi construit comprend plusieurs dizaines de milliers d'arcs et de nœuds.

Ces données géographiques ne peuvent donc pas être passées en entrée du modèle MIPSiT sans un traitement préalable. On rappelle que le graphe d'entrée du modèle doit être un graphe connexe et planaire ne possédant pas d'isthmes et représentant le réseau routier principal. Pour des raisons de complexité numérique, ce graphe doit être simplifié de manière à ce que les nœuds correspondent uniquement aux intersections. Celles-ci sont également simplifiées de sorte à être retranscrites par un unique nœud.

2.2. Analyse du graphe routier d'entrée et simplification

Le graphe routier initial est celui présenté dans la carte 5. Il s'agit d'une couche de données vectorielles issues de la cartographie collaborative Open Street Map. Ce graphe comprend près de 274 410 nœuds et 293 530 arcs représentant un réseau d'une longueur totale de 8 254 kilomètres.

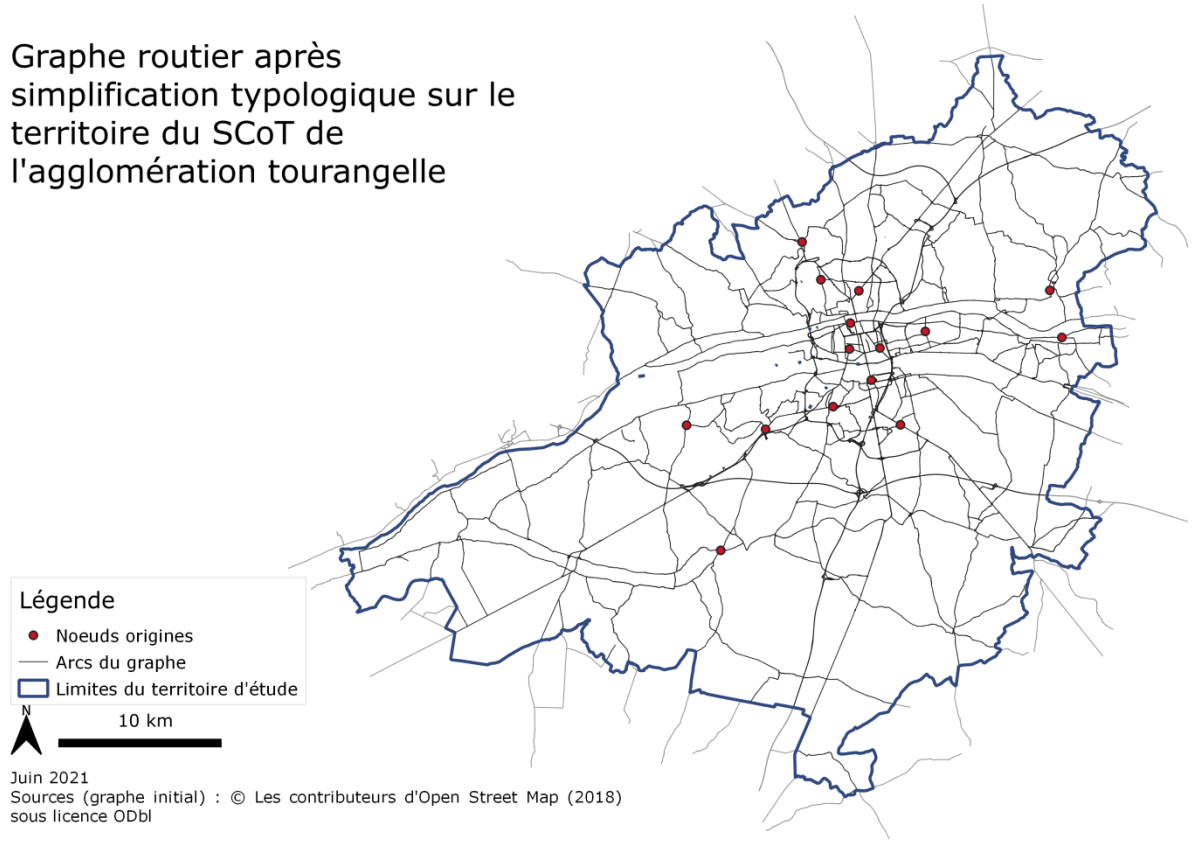
Dans les bases de données Open Street Map, l'attribut « fclass » renseigne l'importance des voies routières en termes d'aménagements : nombre de voies, largeur, sens unique, chaussées séparées et vitesse maximum autorisée. Cette typologie ne correspond donc pas nécessairement à la classification des voies telle que réalisée en France (Autoroutes, Routes Nationales, Routes Départementales ...). Cet attribut prend une trentaine de valeurs différentes allant des chemins de terre aux voies à caractère autoroutier. Pour constituer le graphe routier d'entrée du modèle MIPSiT, on ne conserve que les voies les plus importantes c'est-à-dire celles possédant l'un des attributs du Tableau 3. Avec cette typologie, on met de côté toutes les voies résidentielles, les voies de desserte locale, les chemins et voies de service. Ces dernières voies supportent en général un trafic local et faible.

Valeur de l'attribut « fclass »	Type de voies correspondantes
« motorway » et « motorway link »	Autoroutes et bretelles d'accès aux autoroutes
« trunk » et « trunk link »	Voies rapides ou voies ayant des caractéristiques proches de celles d'une autoroute et bretelles d'accès à ces voies
« primary » et « primary link »	Voies principales interurbaines (comme les routes nationales et départementales principales) et urbaines et voies d'accès à ces routes
« secondary » et « secondary link »	Voies relativement importantes comme les routes départementales ou les grandes artères en milieu urbain et voies d'accès à ces routes
« tertiary » et « tertiary link »	Voies de liaison entre petites villes ou villages ou entre quartiers présentant une importance inférieure à celle classées dans la catégorie « secondary »

Tableau 3 Typologie des voies conservées pour construire le graphe routier du site d'étude

Le graphe issu de cette sélection selon la typologie des voies est rendu planaire. Comme cela est évoqué au chapitre 3 de la partie 2, il s'agit d'une simplification de la réalité acceptable dans la mesure où les tunnels et passages dénivelés sont peu nombreux. Le graphe routier ainsi constitué (cf. carte 6) comprend 43 795 nœuds et 89 938 arcs.

Graphe routier après
simplification typologique sur le
territoire du SCoT de
l'agglomération tourangelle



Carte 6 Graphe routier simplifié G_1

Soient $G_0 = (N_0, A_0)$, le graphe initial et $G_1 = (N_1, A_1)$, le graphe issu de cette première phase de simplification. On se propose d'analyser le graphe produit par rapport au graphe initial. Pour se faire, on définit le taux de compression du nombre de nœuds de la manière suivante (Hendawi et al., 2017).

$$r_{noeud} = 1 - \frac{card(N_1)}{card(N_0)}$$

Avec $card(N_0)$, le nombre de nœuds du graphe initial et $card(N_1)$, le nombre de nœuds du graphe issu de la première phase de simplification. On définit de la même manière le taux de compression du nombre d'arcs.

$$r_{arc} = 1 - \frac{card(A_1)}{card(A_0)}$$

Avec $card(A_0)$ le nombre d'arcs du graphe initial, et $card(A_1)$ le nombre d'arcs du graphe issu de la première phase de simplification. On introduit enfin les indices de connectivité C_0 et C_1 des graphes G_0 et G_1 qui expriment le rapport entre le nombre d'arc et de nœuds du graphe. Ces indicateurs se formulent de la manière suivante :

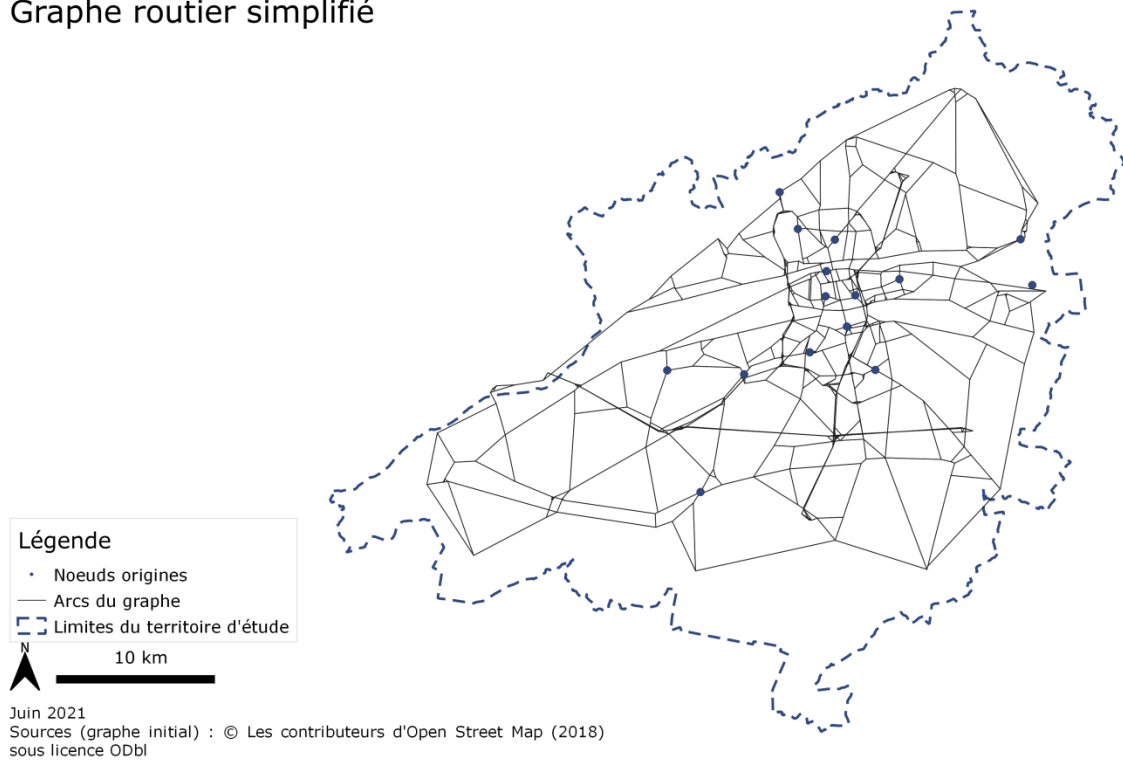
$$C_0 = \frac{card(A_0)}{card(N_0)}$$

$$C_1 = \frac{\text{card}(A_1)}{\text{card}(N_1)}$$

Entre les graphes G_0 et G_1 , le taux de compression du nombre de nœuds est de 84% et celui du nombre d'arcs de 85%. Les indices de connectivité des graphes G_0 et G_1 sont respectivement de 1,06 et de 2,05.

Ce nouveau graphe ne possède pas encore toutes les propriétés requises. On vérifie la connexité du réseau grâce à un parcours du graphe depuis un nœud choisit au hasard parmi l'ensemble des nœuds composant le graphe. Si tous les nœuds ont été atteints à l'issue d'un premier parcours, cela signifie que le graphe est déjà connexe. Sinon, le parcours du graphe est itéré en prenant comme point de départ un nœud non exploré dans les itérations précédentes. De cette manière on identifie toutes les parties connexes du graphe et on ne conserve que la plus grande partie (*i.e.* celle comprenant le plus de nœuds). On supprime également tous les nœuds correspondant à des isthmes c'est-à-dire tous les nœuds n'ayant qu'un seul nœud adjacent. Un tel graphe satisfait les conditions de l'analogie mais comprend toujours trop de nœuds et d'arcs pour être considéré en entrée de notre simulation. On simplifie la description des arcs en supprimant les nœuds intermédiaires c'est-à-dire les nœuds n'ayant que deux autres nœuds adjacents. Enfin, on simplifie les intersections en considérant une distance minimale entre deux nœuds de 50 mètres.

Graphe routier simplifié



Carte 7 Graphe routier simplifié G_2

Ce troisième graphe $G_2 = (N_2, A_2)$ (*cf.* carte 7) possède les propriétés suivantes. Il comporte 547 nœuds et 1828 arcs. Par rapport au graphe initial G_0 , les taux de compression du nombre de nœuds et du nombre d'arcs sont respectivement de 99,80% et 99,69%. Par rapport au graphe G_1 les taux de compression du nombre de nœuds et du nombre d'arcs sont respectivement de 98,75% et 97,97%.

L'indice de connectivité de ce nouveau graphe est de 3,34. Cela signifie que chaque nœud est connecté à plus de nœuds que dans les précédents graphes. Ce constat se retrouve lorsqu'on étudie la distribution des degrés des nœuds des différents graphes c'est-à-dire le nombre de nœuds adjacents à chacun des nœuds (cf. Tableau 4).

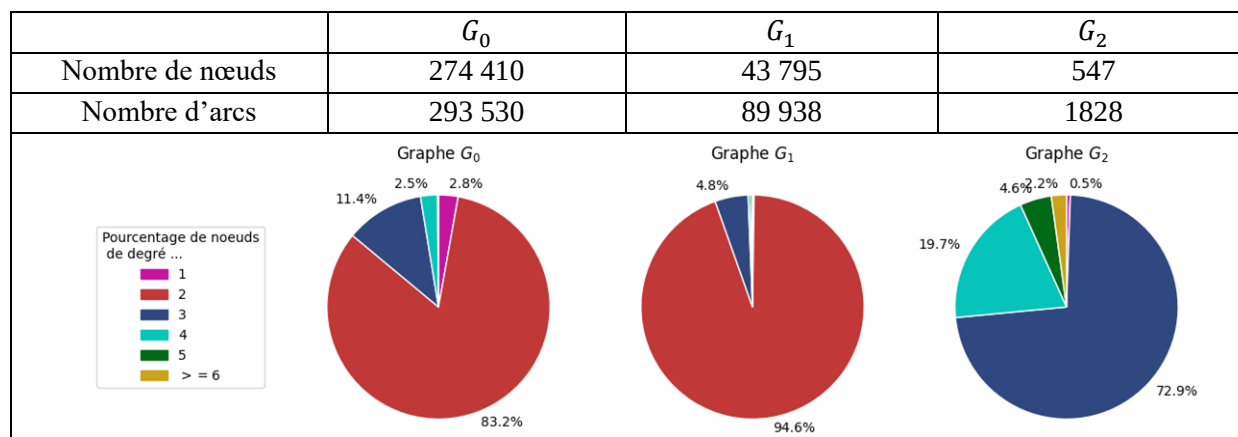


Tableau 4 Analyse du graphe routier initial et des graphes simplifiés

On observe que les graphes G_0 et G_1 ont des nœuds majoritairement de degré 2 (respectivement 83% et 95% des nœuds). Dans le graphe final G_2 , on ne note aucun nœud de degré 2, 73% de nœuds de degré 3, environ 20% de nœuds de degré 4 et le restant de degré 5 ou supérieur. Cette répartition du degré des nœuds est le résultat de l'opération de suppression des nœuds intermédiaires (lesquels sont de degré 2) et de simplification des intersections. En effet, lorsque deux nœuds identifiés comme proches sont fusionnés en un seul nœud, celui-ci hérite des propriétés d'adjacence des nœuds initiaux. De cette manière, le degré du nouveau nœud est égal à la somme des degrés des nœuds initiaux à laquelle on enlève deux fois le nombre de liaisons entre les nœuds. Par exemple, un nœud issu de la fusion de deux nœuds de degré 3, aura un degré de 4 (cf. figure 44).

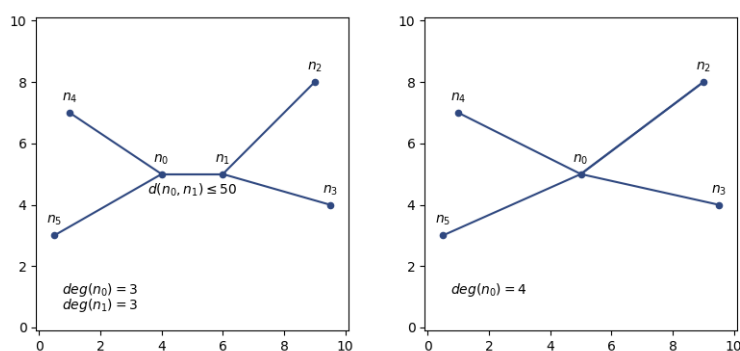


Figure 44 Processus de fusion des nœuds proches

Finalement, le graphe G_2 constitue avec les indicateurs de population active et d'emplois par zone les données d'entrée du module de projection et de maillage du modèle.

3. Maillage de la zone d'étude

La construction d'un maillage de la zone d'étude est un prérequis de la méthode en éléments finis utilisée pour résoudre le système d'équations de Saint-Venant lors de la simulation de l'écoulement. Un tel maillage se base sur le graphe simplifié établi dans la section précédente.

On a défini les caractéristiques du maillage dans la première section du chapitre 2 de la partie 2. Ce maillage est une triangulation contrainte Delaunay-conforme avec contrainte d'angles minimaux sur les éléments. Le champ de contrainte est construit à partir du graphe routier simplifié (graphe G_2) en définissant un élargissement autour de chaque arc afin de retranscrire la largeur des différentes voies. En effet, la simulation de l'écoulement avec TELEMAC, se fait dans un domaine considéré comme continu. On doit donc faire apparaître le réseau routier non plus sous forme de lignes mais sous une forme s'apparentant à des cours d'eau au sein de vallées (cf. figure 45).

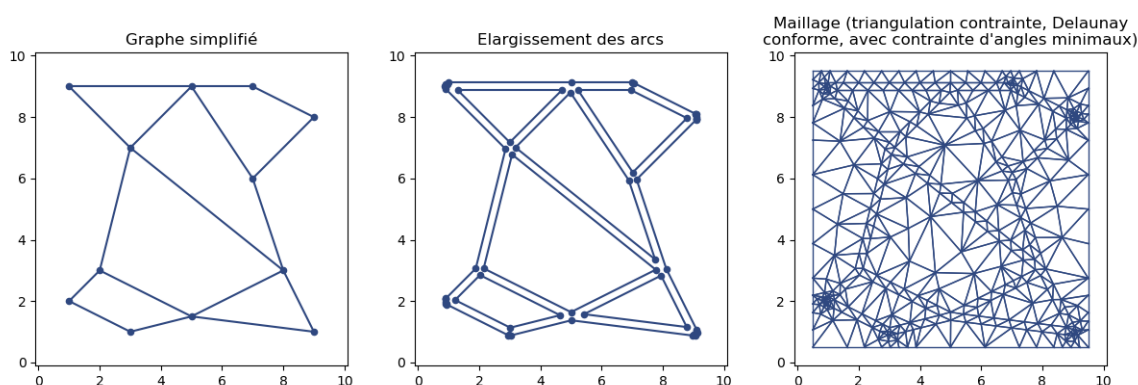


Figure 45 Passage d'un graphe simplifié au maillage

Du fait des contraintes de triangulation, une faible largeur pour les zones tampons produit un maillage très fin avec de nombreux éléments. Par exemple, avec une largeur correspondant à la largeur réelle des voies routières, le maillage résultant comprend pour le territoire du SCoT près de 195 000 nœuds, 585 000 arcs, 390 000 triangles. Pour des raisons de complexité numérique, la largeur retenue pour ces zones tampon est de 50 mètres. Cette valeur est un compromis entre une retranscription relativement fine du réseau routier et une complexité acceptable au regard des calculs qui sont effectués dans le module d'écoulement. Ainsi défini (cf. figure 46), le maillage comprend 30 253 nœuds, 90 692 arcs et 60 440 éléments triangulaires et peut être projeté dans la troisième dimension.

Maillage du territoire du SCoT

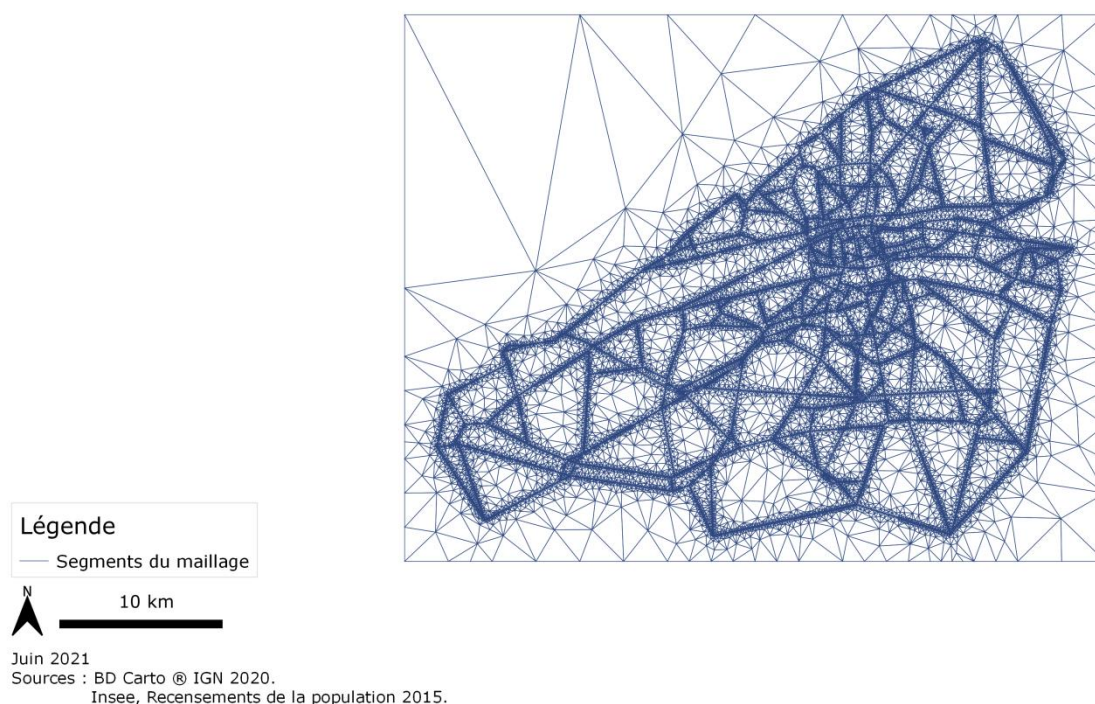


Figure 46 Maillage du territoire du SCoT

Le maillage ainsi obtenu est conforme aux contraintes liées à la simulation de l'écoulement avec le logiciel TELEMAC-2D. On a bien des éléments proches de triangles équilatéraux. Le maillage comprend peu d'éléments dans les zones où le fluide n'est pas supposé s'écouler et il est plus précis (i.e. avec des éléments plus petits) sur les zones correspondant au réseau routier. La transition entre les deux se fait progressivement. Le maillage possède donc les propriétés d'un maillage pouvant être utilisé dans une méthode en éléments finis (cf. section 2.2 du chapitre 1 de la partie 2).

4. Calage des paramètres de projection

Le modèle MIPSiT repose, en plus des données d'entrée, sur plusieurs paramètres. Ceux-ci interviennent dans le module de projection et de maillage (équations 14 et 17 pages 86 et 88). Cet ensemble de paramètres est constitué de la profondeur δ des vallées représentant les voies du réseau, du coefficient d'aplatissement θ et du coefficient de résistance β , de l'échelle de normalisation des altitudes $[0, \mu]$, de la hauteur ξ de la source par rapport à la borne supérieure de l'échelle de normalisation et du nombre λ de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation.

Dans cette section on se propose de caler ces différents paramètres. Ceux-ci définissent en partie l'allure du relief et notamment les pentes des différents segments composant le maillage. Ainsi, les résultats de la simulation de l'écoulement avec TELEMAC-2D sont modifiés en fonction des valeurs de chacun de ces paramètres.

Le processus de calage est effectué pour chaque paramètre pris indépendamment des autres. Ainsi, lorsqu'on fait varier l'un d'entre eux, tous les autres restent constants. Ce choix est motivé par le fait que l'on cale 6 paramètres, chacun pouvant prendre de nombreuses valeurs différentes. En se

limitant aux valeurs étudiées dans la suite de cette section, on aurait eu à tester plusieurs dizaines de millions de scénarios différents⁶. En calant les paramètres un à un on a finalement réalisé environ 150 simulations. On n'étudie donc pas les possibles effets d'une variation simultanée de plusieurs paramètres.

Les valeurs de départ des différents paramètres sont fixées arbitrairement (cf. tableau 5). Une fois un paramètre calé, sa nouvelle valeur est prise en compte pour caler les paramètres suivants.

Paramètre		Valeur
θ	Coefficient d'aplatissement	45
β	Coefficient de résistance	2
μ	Borne supérieure de l'échelle de normalisation	10
ξ	Altitude z_o de la source n_o tel que $z_o = \mu \times \xi$	2
δ	Profondeur des vallées	10 m
λ	Nombre de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation	Toutes (14 destinations)

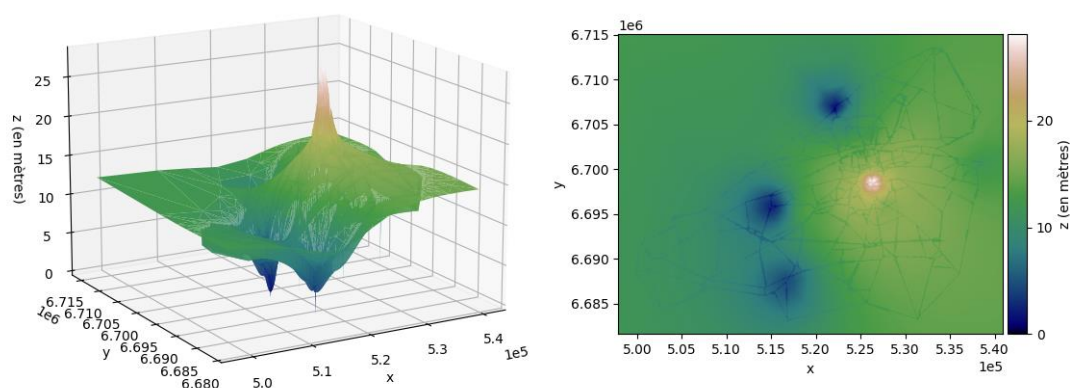
Tableau 5 Paramètres de maillage et de projection avant calage

On rappelle que l'on doit construire autant de reliefs qu'il y a d'origines dans la zone d'étude. Le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelles est divisé en quinze zones. On construit donc quinze reliefs et on simule⁷ un écoulement sur chacun d'eux pour obtenir une simulation complète de l'écoulement du trafic. Etant donné la durée d'exécution d'une simulation⁸, le processus de calage est effectué pour une seule origine prise arbitrairement dans l'ensemble des origines. Dans la suite de cette section on cale les différents paramètres sur les flux ayant pour origine la zone nommée « Tours Sud ». L'allure du relief avec les paramètres initiaux (tableau 5) est illustrée dans la figure 47.

⁶ Dans la suite de cette section on réalise les simulations pour 17 valeurs du coefficient θ , 20 valeurs du coefficient β , 50 valeurs du coefficient μ , 21 valeurs du coefficient ξ , 13 valeurs pour le coefficient λ et 23 pour le coefficient δ . Au maximum cela représente plus de 100 millions de combinaisons possibles.

⁷ Les simulations sont réalisées avec un ordinateur Asus équipé de Windows 10, RAM 4Go, CPU Inter(R) Core(TM) i3-4010U @1.70GHz

⁸ Pour une origine particulière, la durée de calcul est d'environ 15 minutes soit environ 3h45 pour une simulation sur toutes les origines.

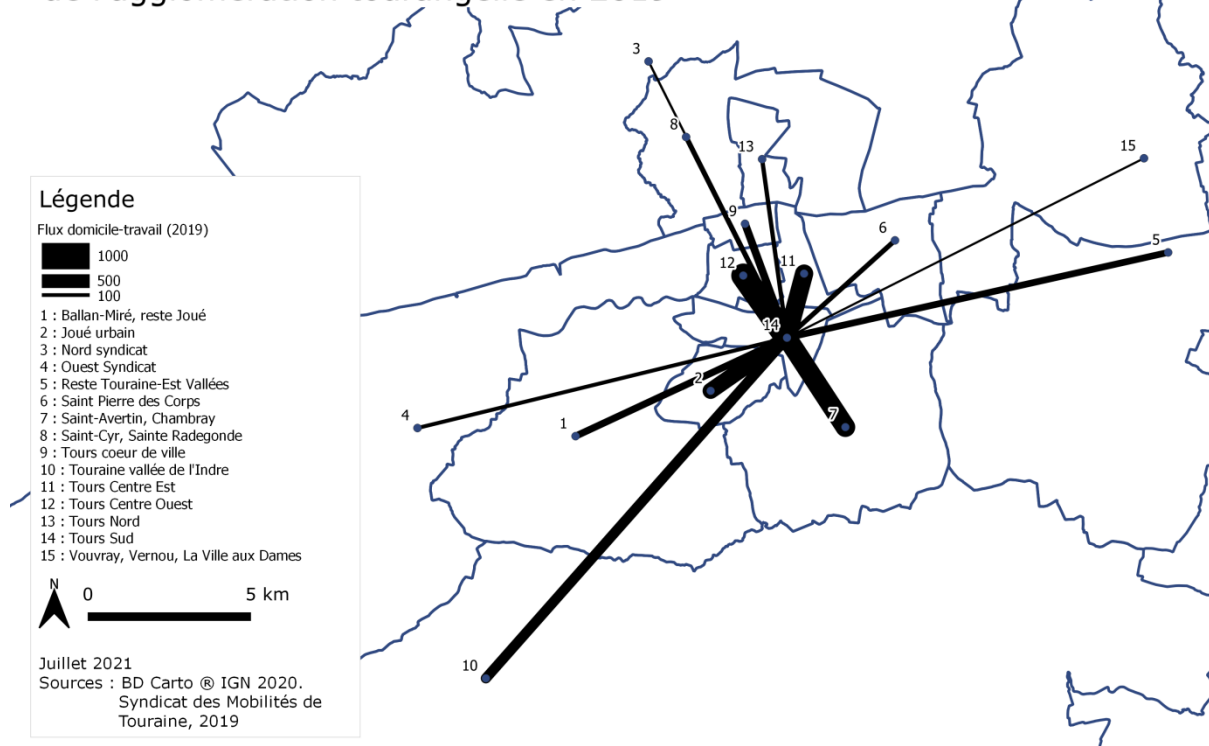


Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

Figure 47 Allure du relief avec la zone Tours Sud comme origine et les paramètres non calés

Les données de calage retenues sont les flux domicile-travail issus de l'enquête ménage déplacement réalisée sur le département d'Indre et Loire en 2019. La carte 8, montre la distribution de ces flux pour l'origine « Tours Sud ». Pour cette origine, 41% des flux sont à destination d'une autre zone constituant une subdivision de la ville de Tours. 35% des flux sont à destination d'une des autres communes du cœur métropolitain. Les flux restant (24%) sont à destination d'une des autres zones du territoire d'étude. Les flux vers le cœur d'agglomération (Tours et communes limitrophes) sont donc largement majoritaires pour cette origine.

Flux domicile-travail sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2019

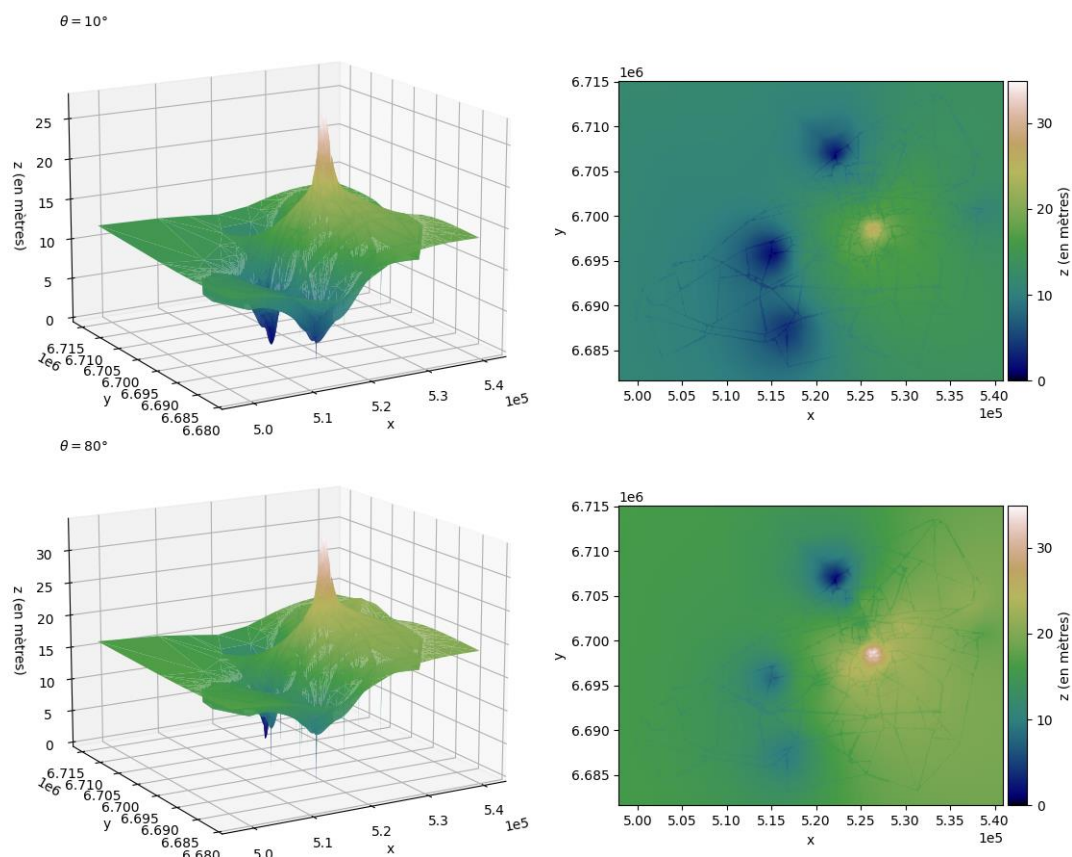


Carte 8 Flux domicile-travail depuis l'origine la zone « Tours Sud » sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle

Pour chaque paramètre on recherche la simulation pour laquelle le coefficient de détermination est le plus élevé. On doit également fixer les différents paramètres en fonction des hypothèses inhérentes à l'utilisation du système d'équations de Saint-Venant. Enfin, pour des simulations ayant des coefficients de détermination équivalents, on étudie également la distribution des flux sur les destinations. On privilégie ainsi les simulations donnant un coefficient de détermination élevé et distribuant les flux sur le plus de destinations possibles.

4.1.Coefficient d'aplatissement θ

Le coefficient d'aplatissement θ , ou angle maximum de projection est utilisé dans la formule de projection des destinations (cf. équation 14 page 86). Ce coefficient permet de fixer l'altitude de la destination dont le facteur d'attractivité est maximum. Il peut prendre des valeurs comprises dans l'intervalle $]0^\circ, 90^\circ[$. Les altitudes des autres destinations sont calculées en fonction de cette borne supérieure et donc de la valeur du coefficient d'aplatissement θ .



Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

Figure 48 Exemples de reliefs pour deux valeurs différentes du coefficient θ

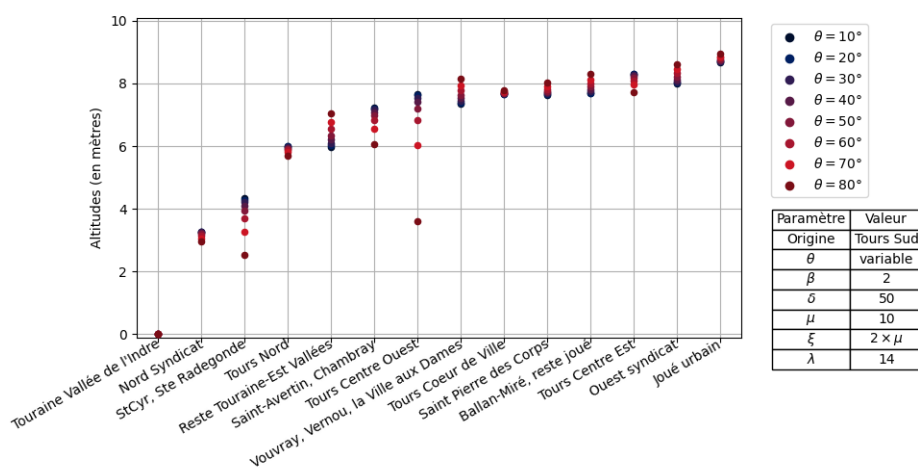


Figure 49 Evolution des altitudes des destinations en fonction du coefficient d'aplatissement θ

La figure 49, montre les variations des altitudes des destinations en fonction de différentes valeurs du coefficient d'aplatissement. Pour rappel, la relation permettant de calculer l'altitude des destinations est la suivante :

$$z_{od} = -\tan\left(\frac{m_d}{\max_{n_d \in D}(m_d)} \times \theta\right) \times d_{od}$$

Dans cette formule, les facteurs d'attractivité sont normalisés dans l'intervalle $[0; \theta]$. Ainsi, de petites valeurs de θ , donnent de petits angles et donc des valeurs de tangente également petites. De cette manière, l'altitude z_{od} d'une destination n_d est essentiellement déterminée par la valeur de la distance d_{od} entre la destination et l'origine. À l'inverse, pour des valeurs de θ plus importantes, l'angle dont on calcule la tangente peut être plus grand. La valeur de la tangente peut donc, elle aussi, être plus importante. Le facteur d'attractivité m_d a donc plus de poids dans le calcul de l'altitude.

Le paramètre θ permet donc de pondérer la distance et le facteur d'attractivité. L'altitude d'une destination est donc déterminée en fonction de la distance et du facteur d'attractivité en donnant un poids plus ou moins important à l'une ou l'autre de ces variables grâce à la valeur choisie pour θ .

On fixe cet angle maximum en fonction des résultats de la simulation et de leur corrélation avec les flux origine-destination issus de l'enquête ménage-déplacement réalisée sur le département d'Indre et Loire en 2019.

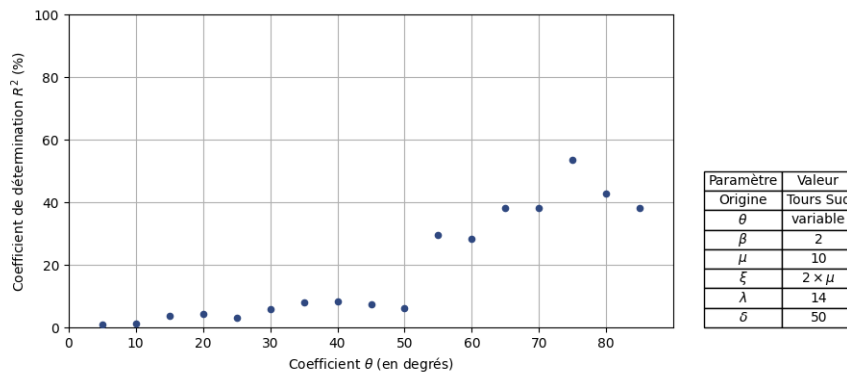


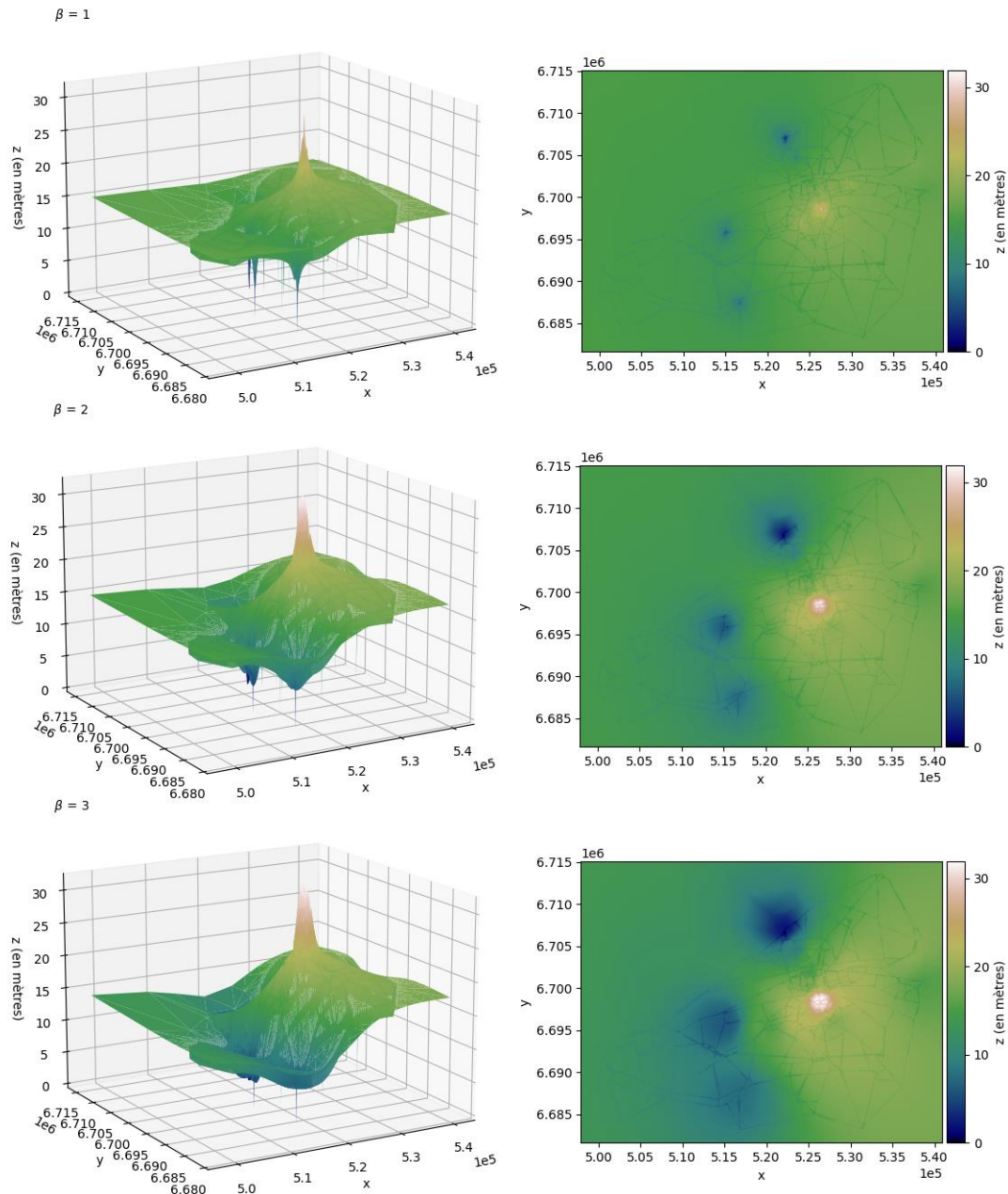
Figure 50 Evolution du coefficient de détermination en fonction des valeurs du coefficient θ

La figure 50 donne l'évolution du coefficient de détermination en fonction des différentes valeurs du coefficient θ . On constate une faible corrélation entre les flux simulés et les flux de référence pour de faibles valeurs du coefficient d'aplatissement ($R^2 \in [1\%; 9\%]$ pour $\theta \in [5^\circ; 50^\circ]$). La plus forte corrélation est obtenue pour $\theta = 75^\circ$ ($R^2 = 53\%$ et $r = 0,73$). Ainsi, **on fixe la valeur du coefficient d'aplatissement à 75° .**

4.2. Coefficient de résistance β

Le facteur de résistance β est un des paramètres de la formule d'interpolation (équation 16). On rappelle que cette formule permet de calculer l'altitude de chacun des nœuds du maillage en fonction de celles des λ destinations les plus proches. Pour un nœud particulier du maillage, le paramètre β permet de faire varier l'importance de la distance entre le nœud et les destinations dans la relation d'interpolation. Plus ce paramètre est élevé, plus le poids de la distance est conséquent. Ainsi les destinations les plus éloignées ont une contribution moindre dans l'altitude du nœud. À l'inverse, une

faible valeur de β se traduit par un lissage des contributions de l'ensemble des destinations du fait d'une moindre importance du facteur distance.



Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

Figure 51 Exemples de reliefs pour différentes valeurs du coefficient β

La figure 51 donne trois exemples de reliefs obtenus avec des valeurs différentes du coefficient β (pour des questions de visualisation, la profondeur des canaux a été réduite sur ces reliefs). Avec une valeur élevée de β (e.g. $\beta = 3$), le relief obtenu est constitué de plateaux autour des destinations (vastes zones de même couleur sur la figure précédente). Pour une valeur faible de β (e.g. $\beta = 1$), le relief est globalement lisse et on note la présence de pics au niveau des destinations.

Dans le chapitre 2 de la partie 2, on a noté, la ressemblance de la formule d'interpolation (cf. équation 16 page 87) avec la formule gravitaire de Huff (cf. équation 3 page 25). Dans cette dernière

relation, le facteur de résistance sur la distance est généralement pris égal à 2. Dans notre cas, on fixe ce coefficient en fonction des résultats de la simulation et de leur corrélation avec les flux origine-destination de l'enquête ménage-déplacement de 2019.

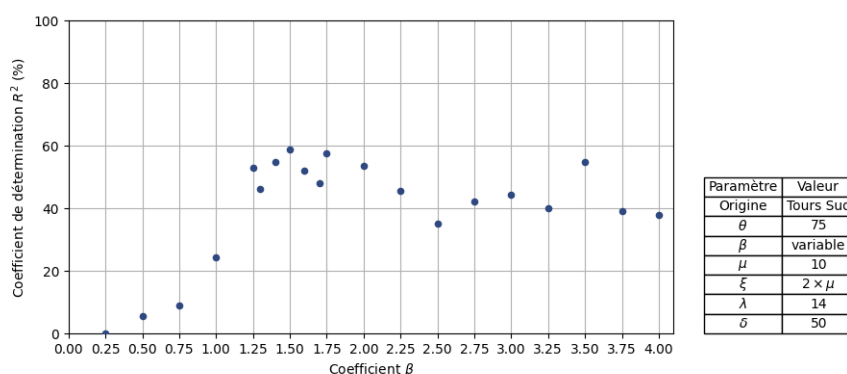


Figure 52 Evolution du coefficient de détermination en fonction du facteur de résistance β

La figure 52 montre l'évolution du coefficient de détermination R^2 en fonction de différentes valeurs prises par le coefficient β . Les meilleurs résultats sont obtenus pour des valeurs comprises entre 1,25 et 2,25 avec un maximum à 1,5. **On définit donc la valeur du coefficient β à 1,5.** Cette valeur est relativement proche de celle habituellement prise dans un modèle gravitaire.

4.3. Normalisation des altitudes μ

Les équations de Saint-Venant que le logiciel TELEMAT résout sont basées sur plusieurs hypothèses (cf. partie 2, chapitre 1, section 1.2.1). L'une d'entre elles concerne la topographie. Elle est donc liée à la projection du maillage. Les équations de Saint-Venant permettent de modéliser des écoulements en eaux peu profondes sur des topographies pour lesquelles la pente du fond est modérée devant les dimensions du domaine d'étude. La projection seule ne garantit pas cette condition. On doit donc veiller à normaliser le relief une fois la projection de tous les nœuds du maillage réalisée de manière à éliminer les pentes trop importantes.

On se propose de fixer l'échelle de normalisation $[0; \mu]$ en fonction des résultats de la simulation et de leur corrélation avec les flux origine-destination issus de l'enquête ménage-déplacement réalisée sur le département d'Indre et Loire en 2019.

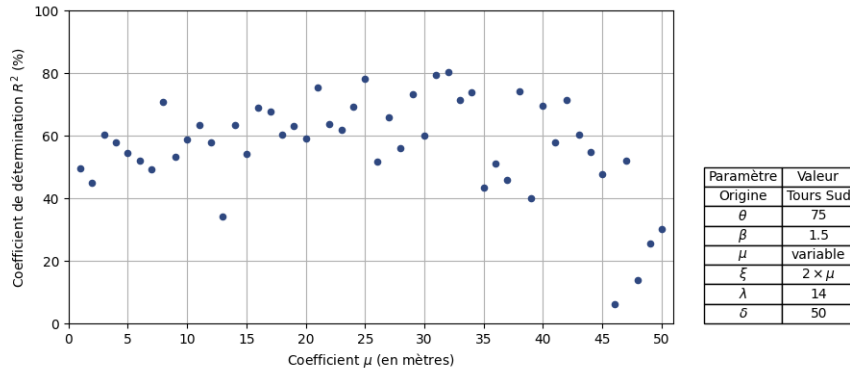


Figure 53 Evolution du coefficient de détermination en fonction des valeurs de la borne supérieure de normalisation

D’après la figure 53, on observe une distribution des coefficients de corrélation relativement hétérogène. Ainsi une normalisation des altitudes sur une échelle assez réduite donne généralement d’assez bons résultats. La meilleure corrélation est obtenue pour $\mu = 32$ ($R^2 = 80\%$). Au-delà, la corrélation entre les flux simulés et les flux de référence a plutôt tendance à diminuer.

Cette échelle de normalisation est compatible avec l’hypothèse de Saint-Venant prévoyant que le domaine de validité du système d’équations est celui des écoulements sur de faibles pentes. En effet, sur notre terrain d’étude les nœuds origines-destinations sont au minimum éloignés de 2 kilomètres. Si les altitudes associées à ces deux destinations sont pour l’une l’altitude maximale et pour l’autre l’altitude minimale, on a une pente de 1,6%. Selon les hypothèses de Saint-Venant, une faible pente signifie que si α est la pente alors on doit avoir $\alpha \simeq \tan(\alpha)$. Dans notre cas on a bien $0.016 \simeq \tan(0.016)$.

Ainsi, on fixe l’échelle de normalisation du relief dans l’intervalle $[0; \mu]$ avec $\mu = 32 \text{ m}$.

4.4. Altitude de l’origine ξ

Lors de la projection des nœuds, le nœud origine ne fait pas l’objet de projection. Il est donc situé à l’altitude maximale de normalisation au même titre qu’un nœud destination ayant un facteur d’attractivité nul. Le paramètre ξ permet de lui assigner une altitude différente en fonction de la borne supérieure de normalisation μ . L’altitude z_o du nœud origine n_o est définie telle que $z_o = \xi \times \mu$.

On fixe cette altitude en fonction des résultats de la simulation et de leur corrélation avec les flux origine-destination issus de l’enquête ménage-déplacement réalisée sur le département d’Indre-et-Loire en 2019.

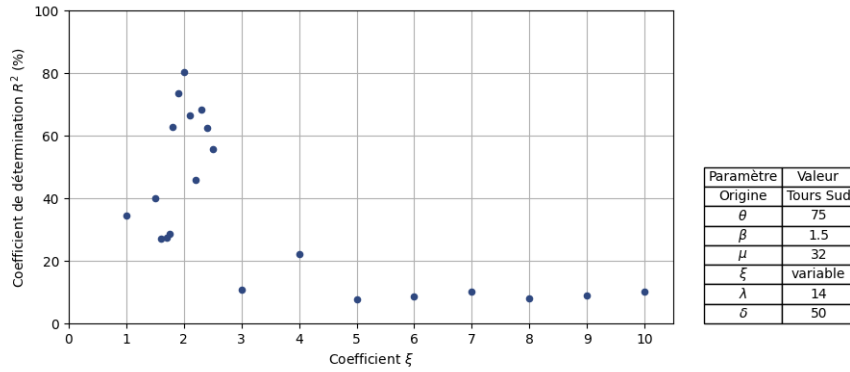


Figure 54 Evolution du coefficient de détermination en fonction de l'altitude de l'origine par rapport à la borne supérieure de normalisation

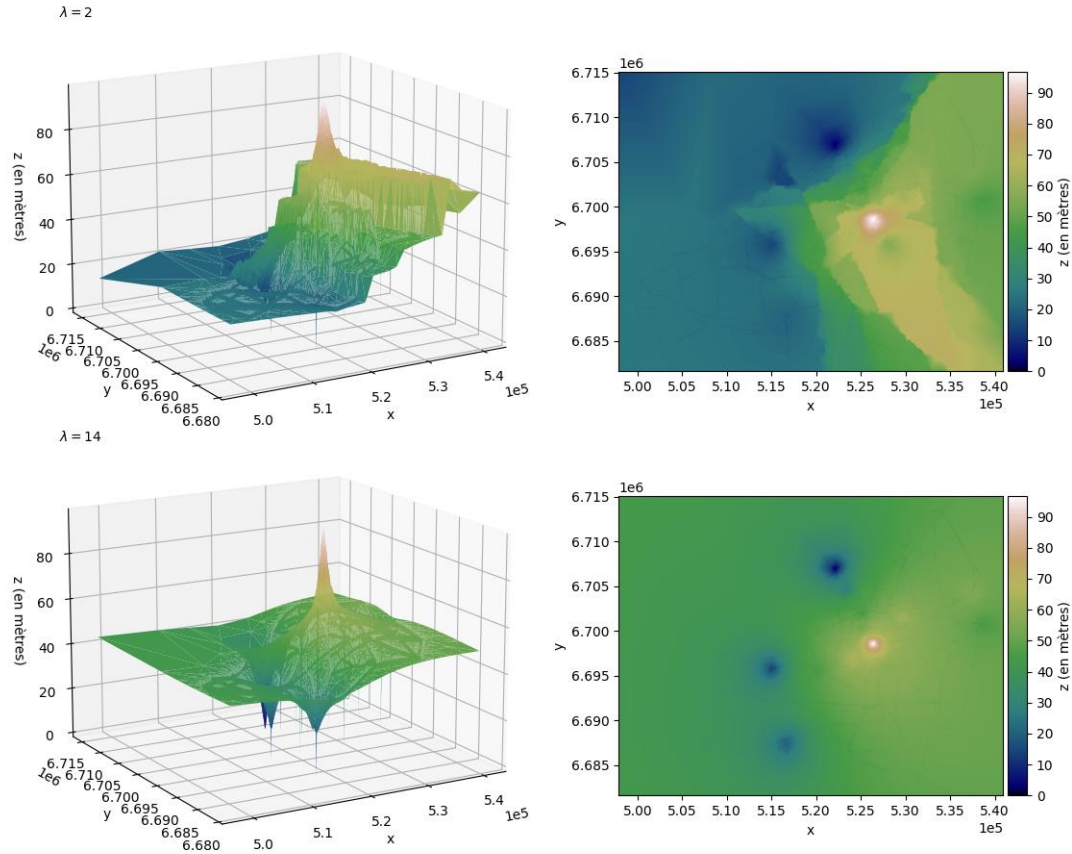
La figure 54 montre l'évolution du coefficient de détermination R^2 en fonction de différentes valeurs prises par le coefficient ξ . Les meilleurs résultats sont obtenus pour $\xi = 2$ avec un coefficient de détermination de 80%. Pour les autres valeurs testées, les coefficients de déterminations sont relativement faibles et inférieurs à 0,2 pour $\xi > 3$.

Au regard des hypothèses de Saint-Venant, on se doit de veiller à produire un maillage dans lequel les pentes des arcs sont faibles. Comme pour le calage de l'échelle de normalisation, on vérifie que cette condition est bien vérifiée. La distance entre l'origine et la destination la plus proche est de 2 kilomètres. Ainsi, si cette destination se voit affectée la plus petite altitude possible (*i.e.* $z_D = 0$), la pente est de 2,5% et on a bien de nouveau $0.025 \approx \tan(0.025)$.

On fixe donc la valeur du coefficient ξ à 2. Cela signifie que l'altitude de l'origine est 2 fois supérieure à la valeur du paramètre μ , représentant la borne supérieure de l'échelle de normalisation (soit dans notre cas $z_O = 64 \text{ m}$).

4.5. Nombre λ de destinations prises en compte dans la relation d'interpolation

Dans la formule d'interpolation chaque destination contribue à l'altitude des nœuds du réseau en proportion de l'inverse de la distance à ces nœuds. Cette distance a plus ou moins d'impact selon la valeur du coefficient de résistance β qui lui est associé. On peut aussi ne considérer qu'une partie des destinations dans cette formule d'interpolation et en particulier les plus proches. En considérant un nombre limité de λ destinations, on obtient un relief moins lisse (*cf.* figure 55).



Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

Figure 55 Exemples de reliefs dans lesquels on a considéré un nombre différent de destinations pour l'interpolation

On réalise donc des simulations en ne prenant en compte que les λ destinations les plus proches dans la formule d'interpolation et on compare les résultats de la distribution des flux avec les flux origine-destination de référence. La figure 56, donne l'évolution de la corrélation entre les flux simulés et les flux de observés en fonction du nombre de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation.

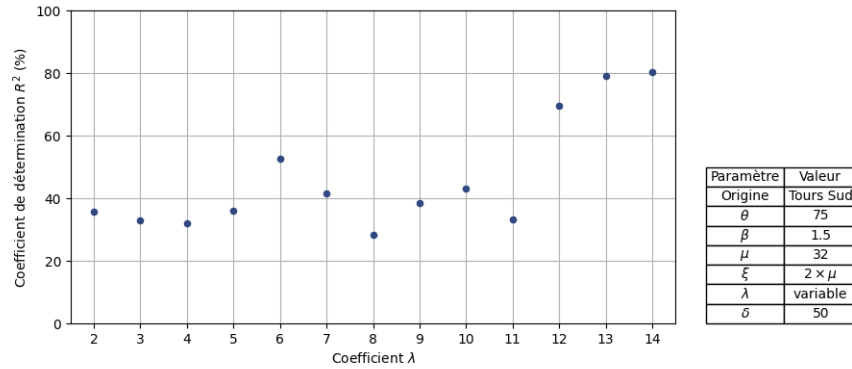


Figure 56 Evolution du coefficient de détermination en fonction du nombre de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation

Pour cette origine, les meilleurs résultats, c'est-à-dire ceux pour lesquels la corrélation avec les flux de référence est la plus forte sont obtenus en prenant en compte toutes les destinations dans la formule d'interpolation ($R^2 = 80\%$).

De manière générale, les résultats sont assez instables. La prise en compte d'une destination supplémentaire modifie l'affectation des flux de manière importante. Cela semble logique au regard de la valeur du coefficient de résistance β fixée à 1.5 dans la section 4.2 précédente. En effet, lors de la détermination de l'altitude d'un nœud par interpolation de celle des nœuds destinations, une faible valeur de β donne plus d'importance aux destinations éloignées qu'une grande valeur. Ainsi, la non prise en compte de ces destinations éloignées modifie les altitudes des nœuds.

Ainsi, pour notre simulation, **on considère l'ensemble des destinations (i.e. 14 destinations) dans la formule d'interpolation.**

4.6. Profondeur des vallées δ

Dans le processus de construction du maillage et de sa projection en trois dimensions, on a introduit un abaissement des nœuds du réseau afin de guider l'écoulement de l'eau sur la partie du maillage correspondant au réseau routier (cf. partie 2, chapitre 2, section 3.2). Cette différence d'altitude doit être fixée de manière à ce que le flux s'écoule en majorité sur cette partie du maillage.

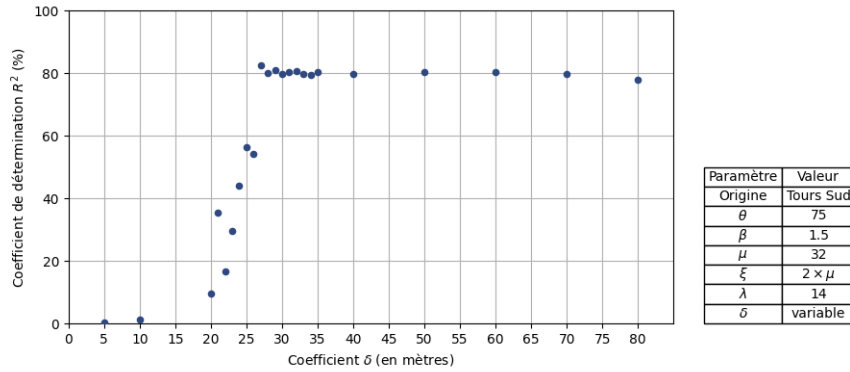


Figure 57 Evolution du coefficient de détermination en fonction de la profondeur δ

Sur les données de calage considérées, on observe qu’au-delà de $\delta = 30$, la corrélation entre les flux simulés et les flux de référence est stable. Cette stabilité se retrouve aussi dans la distribution des flux avec des volumes d’eau parvenus aux destinations qui se stabilisent. Ainsi, on peut considérer que pour $\delta \geq 30 \text{ m}$, les flux sont bien contenus dans les vallées sans débordement. On fixe donc δ à une valeur suffisamment importante ($\delta = 50$).

Conclusion

Finalement, les paramètres retenus pour la simulation du trafic avec le modèle MIPSiT sont ceux exposés dans le tableau 6 suivant.

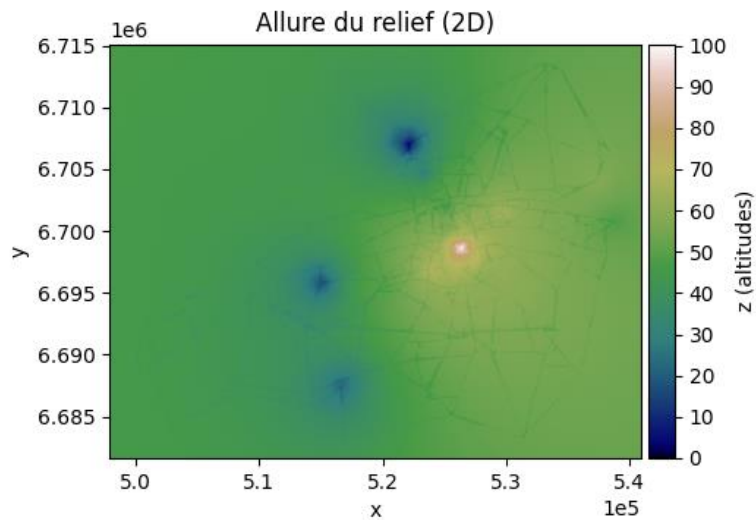
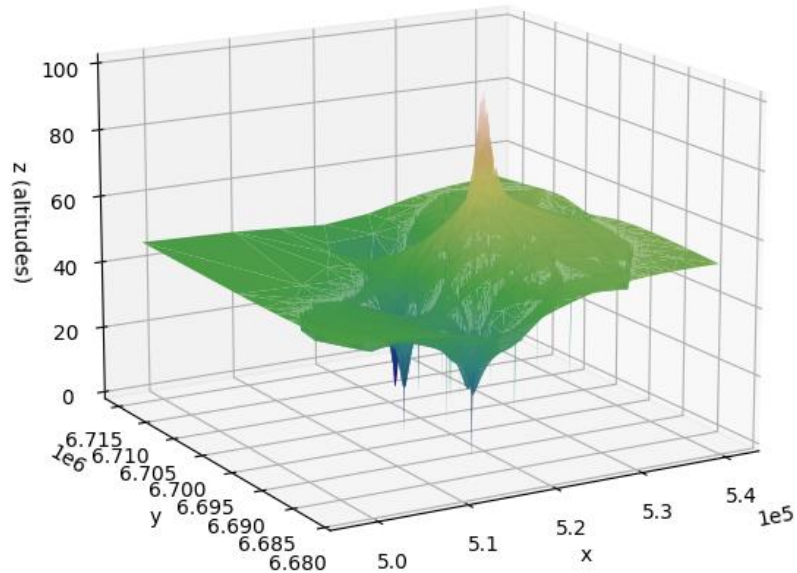
Paramètre		Valeur
θ	Angle maximum de projection	75°
β	Coefficient de résistance	1.5
$[0, \mu]$	Echelle de normalisation des altitudes	$[0 ; 32]$ mètres
ξ , tel que $z_o = \xi \times \mu$	Altitude de l’origine par rapport à la borne supérieure de l’échelle de normalisation	$32 \times 2 = 64$ mètres
λ	Nombre de destinations prises en compte dans la formule d’interpolation	Toutes (14 destinations)
δ	Profondeur des vallées	50 mètres

Tableau 6 Paramètres de projections et de maillage utilisés pour la simulation sur le territoire du SCoT de l’agglomération tourangelle

Avec ce jeu de paramètres, le relief construit relativement à l’origine « Tours Sud » est représentés dans la figure 58.

Allure du relief (3D)

Origine : Tours Sud



Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ce relief.

Figure 58 Allure du relief avec la zone Tours Sud comme origine et les paramètres calés

Les paramètres du module d'écoulement ne font pas l'objet d'un calage et sont pris égaux aux paramètres par défaut du logiciel TELEMAC-2D. Dans la suite de ce chapitre, on étudie les différents résultats obtenus avec le modèle MIPSiT pour le territoire d'étude présenté dans ce chapitre.

Chapitre 2. Validation des flux et des débits

Dans le premier chapitre de cette partie, on a calé les différents paramètres du module de construction du support de l'écoulement (relief). Ce calage a été effectué pour une origine. Dans ce chapitre, on simule l'écoulement du trafic avec le modèle MIPSiT pour l'ensemble des origines du terrain d'étude. Les résultats de la simulation sont comparés avec une matrice origine-destination de référence et avec des données de comptages routiers issues des différentes campagnes ayant eu lieu sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle.

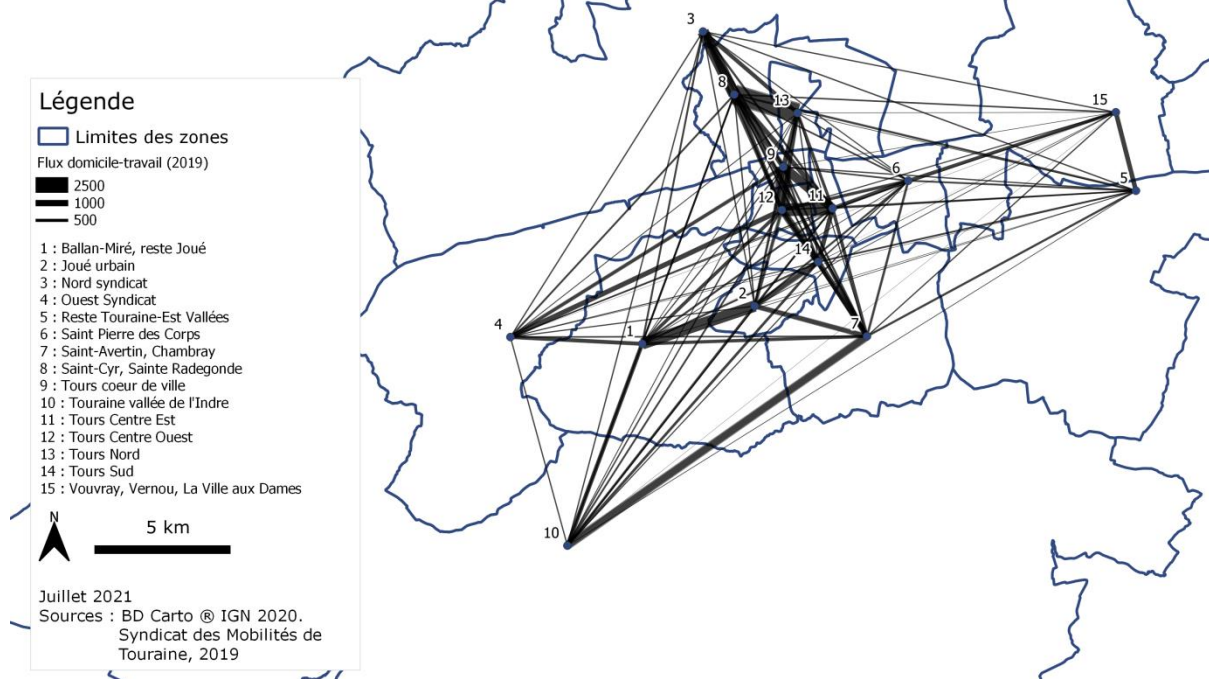
1. Validation de la matrice origine-destination

Dans les approches classiques de modélisation, les flux origine-destination sont une des sorties des modèles statiques de simulation de la demande de transport. Il s'agit également d'une des sorties du modèle MIPSiT. Dans cette partie on se propose de comparer les résultats issus de notre modèle avec des flux de référence issus d'une enquête.

1.1. Comparaison avec les flux issus de l'enquête ménage déplacement de 2019

Les données de flux origine-destinations retenues pour comparaison avec les sorties du modèle MIPSiT sont celles issues de l'enquête ménage déplacement (EMD) réalisée sur le département d'Indre et Loire en 2019. Les données de flux pour le motif de déplacement domicile-travail ne sont pas directement disponibles dans les résultats de l'enquête. Elles sont déduites des flux origine-destination considérant tous les motifs de déplacement et de la part des flux partant des origines pour le motif domicile-travail. Enfin, ces flux sont circonscrits au site d'étude c'est-à-dire au territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle. Ainsi, on ne considère pas les flux allant vers des zones externes au territoire d'étude et ceux venant de ces zones. De même, comme notre modèle ne permet pas de modéliser les flux internes à chacune des zones, ceux-ci sont retirés des données de référence. La carte 9, présente les flux ayant pour origine et pour destination les quinze zones du territoire d'étude.

Flux domicile-travail sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en 2019

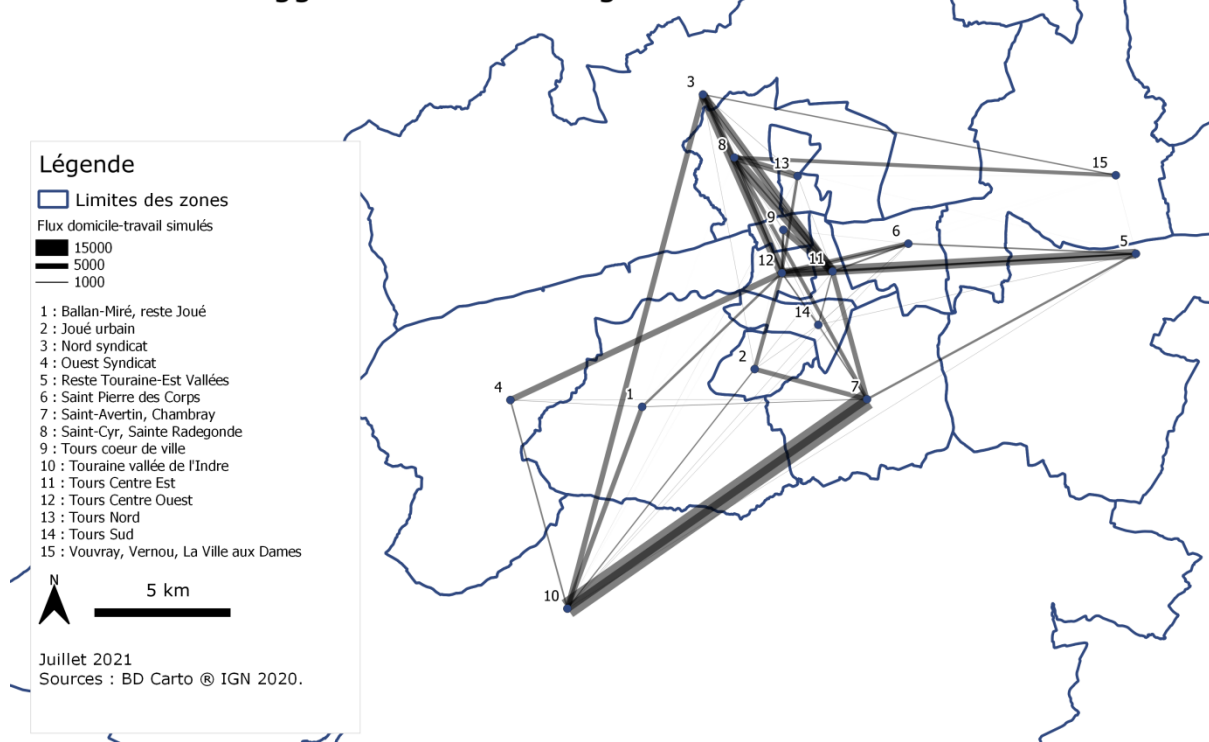


Carte 9 Flux domicile-travail de référence sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle

Les simulations réalisées avec le modèle MIPSiT permettent d'obtenir pour chaque couple origine-destination des valeurs de hauteur d'eau h_{od} . À partir de celles-ci, et du maillage, on déduit les volumes d'eau v_{od} . On calcule la proportion que représente ces volumes d'eau v_{od} arrivés à une destination par rapport à la somme des volumes d'eau arrivés sur l'ensemble des destinations et ayant la même origine. Comme chaque simulation ne dépend pas de la population associée à l'origine, cette proportion est enfin multipliée par la population active associée à l'origine (cf. équation 18 page 104).

Les différentes simulations ne permettent pas de modéliser les flux internes à chacune des zones. Ainsi, on considère ici que tous les actifs quittent la zone où ils vivent pour aller travailler. Ceci est une première limite du traitement des résultats de la simulation. Cependant, ce traitement est nécessaire pour réaliser des comparaisons entre les flux simulés et les flux de référence en agrégeant certaines zones (cf. sections 1.2 et 1.3 suivantes). La carte 10 illustre la distribution des flux telle que simulée avec notre modèle.

Flux domicile-travail simulés sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle



Carte 10 Flux domicile-travail simulés sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle

Les résultats de la simulation se caractérisent par de nombreux couples origine-destination pour lesquels les flux sont nuls. Cela signifie que la simulation de l'écoulement de l'eau sur les différents reliefs n'a pas toujours permis d'atteindre toutes les destinations.

On étudie les corrélations entre les flux simulés et les flux de référence. Les résultats sont représentés dans la figure 59.

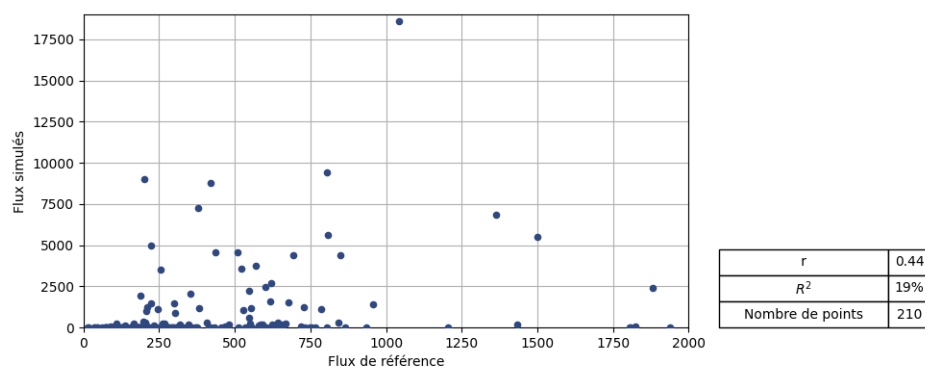


Figure 59 Corrélation entre les flux de référence et les flux simulés

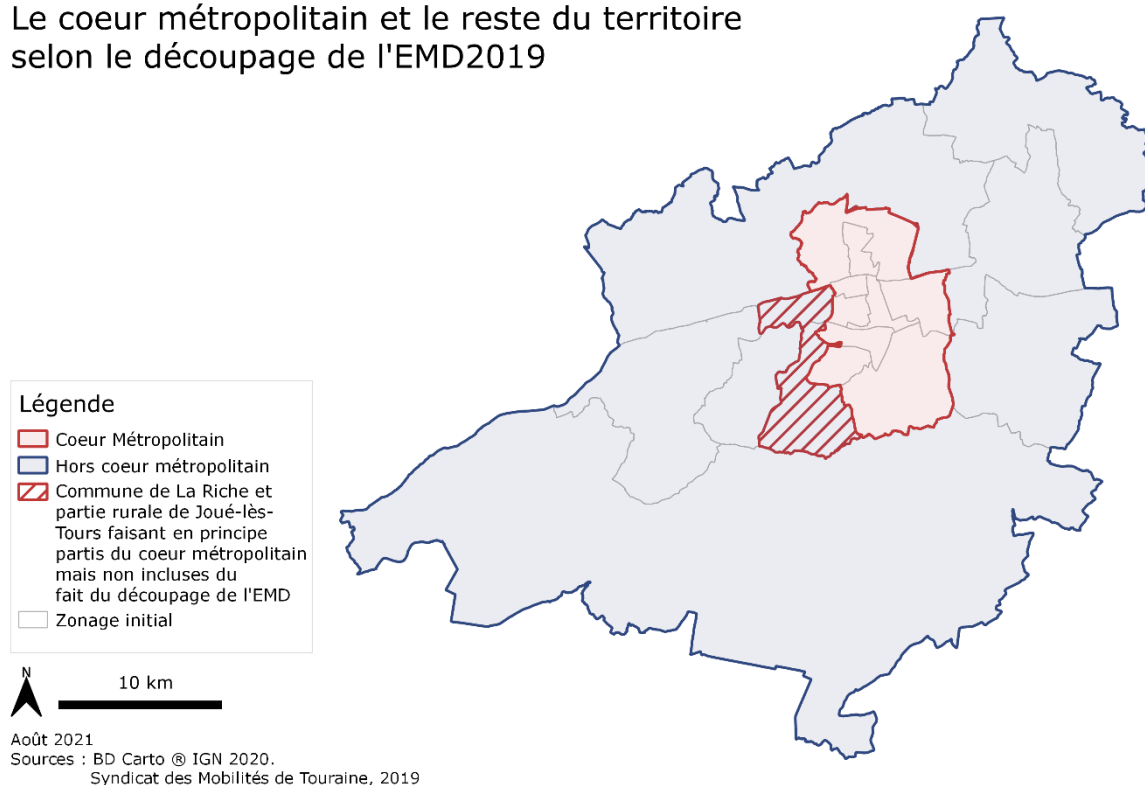
Avec un coefficient de détermination d'environ 19% et un coefficient de corrélation de 0,44, la corrélation entre les flux simulés et les flux de référence est globalement moyenne sur l'ensemble des 210 couples origine-destination considérés.

1.2. Comparaison des flux entre la zone centrale et la zone périphérique

On se propose d'étudier les flux de référence et ceux simulés en reprenant les éléments de l'analyse de la répartition de la population et des emplois. Pour rappel, les hommes et les activités se concentrent dans le cœur métropolitain constitué des communes de Tours, Joué-lès-Tours, Chambray-lès-Tours, Saint-Avertin, Saint-Cyr sur Loire, Saint Pierre-des-Corps et La Riche. Le restant du territoire est moins peuplé et compte moins d'emplois.

Pour la présente analyse, on considère deux grandes zones (cf. carte 11). La première, correspond au cœur métropolitain et regroupe les zones 2, 6, 7, 8 et 11 à 14 du zonage initial de l'enquête ménage-déplacements. Ce zonage ne permet pas de reconstituer strictement ce périmètre. Ainsi, la commune de La Riche ainsi que la partie rurale de Joué-lès-Tours ne sont pas incluses à notre zone « cœur métropolitain ». La seconde zone regroupe toutes les zones périphériques.

Le coeur métropolitain et le reste du territoire selon le découpage de l'EMD2019



Carte 11 Le cœur métropolitain et le reste du territoire selon le découpage de l'EMD2019

Les flux recensés par l'enquête ménage déplacement s'élèvent à 91 814. 72% (66 181) de ces flux ont pour origine le cœur métropolitain précédemment présenté. Au sein de ces flux, 72,6% (48 015, soit 52,3% des flux totaux) restent dans le cœur métropolitain et les 27,4% (18 166, soit 19,8% des flux totaux) restant sont à destination des autres zones. De même, dans les flux ayant pour origine une zone hors du cœur métropolitain, 71,2% (18 258, soit 19,8% des flux totaux) sont à destination du cœur métropolitain. Les 28,8% (7374, soit 8% des flux totaux) restant sont à destination des zones hors du cœur métropolitain.

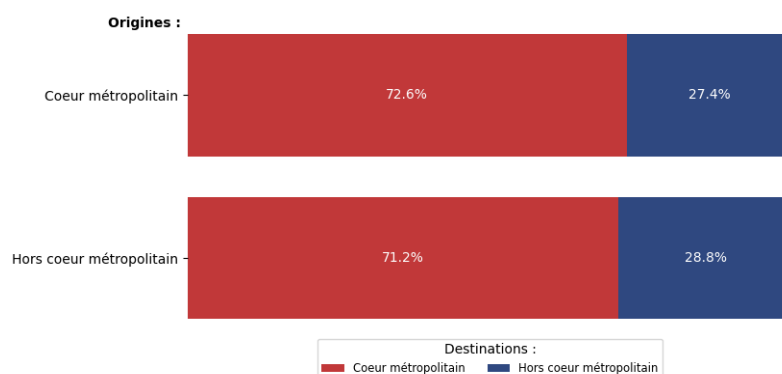


Figure 60 Distribution des flux de référence par origine

Conformément à la répartition de la population et des emplois, les flux de référence sont donc majoritairement tournés depuis le cœur métropolitain et vers celui-ci. On conduit une analyse similaire pour les flux simulés avec le modèle MIPSiT (cf. figure 61).

Les flux simulés s'élèvent à 158 733. 54,7% (86 779) de ces flux ont pour origine le cœur métropolitain. Au sein de ces flux 77,1% (66 982, soit 42,2% des flux totaux) sont à destination de l'une des zones composant le cœur métropolitain. Les 22,9% restant (19 797, soit 12,4% des flux totaux) ont pour destination une autre zone. Au sein des flux ayant pour origine une zone hors du cœur métropolitain, 82,3% (59 223, soit 37,3% des flux totaux) ont pour destination une zone du cœur métropolitain.

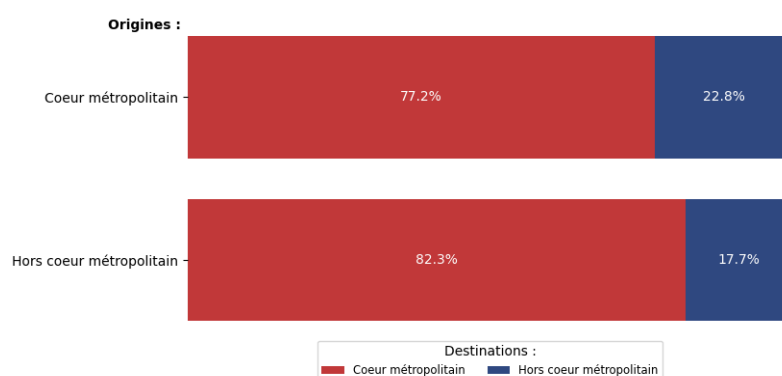


Figure 61 Distribution des flux simulés par origine

Selon ce découpage, isolant le cœur métropolitain du reste du territoire, les flux simulés par le modèle MIPSiT sont relativement proches des flux de référence. En effet, d'après le Tableau 7, les proportions des flux affectées sur chacune des destinations sont comparables entre les deux jeux de données.

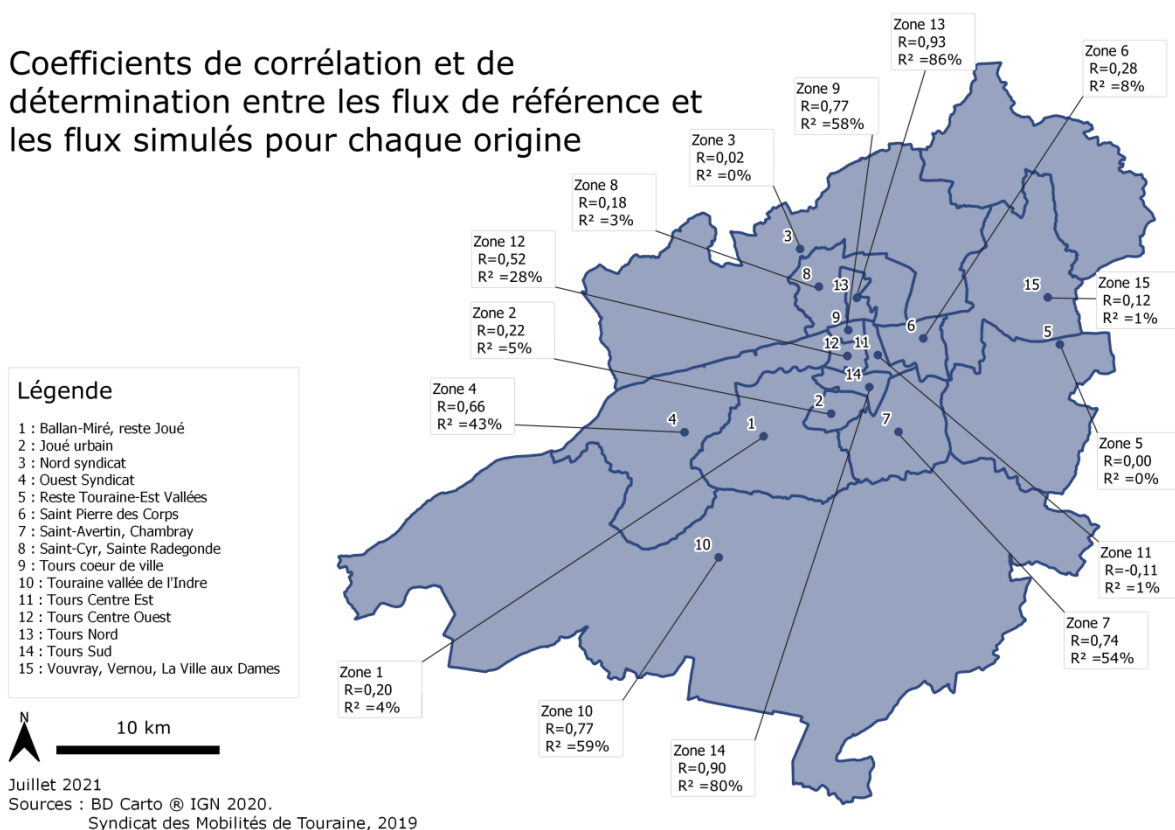
Origine	Destination	Flux de référence	Flux simulés
		(en proportion des flux émis à l'origine)	
Cœur métropolitain	Cœur métropolitain	72,6%	77,2%
Cœur métropolitain	Hors cœur métropolitain	27,4%	22,8%
Hors cœur métropolitain	Cœur métropolitain	71,2%	82,3%
Hors cœur métropolitain	Hors cœur métropolitain	28,8%	17,7%

Tableau 7 Comparaison des flux simulés avec les flux de référence dans et hors du cœur métropolitain

1.3. Etude des flux vers les zones en bordure du domaine d'étude

Si on étudie la distribution des flux origine par origine (cf. carte 12), on constate que celles situées à proximité des bordures nord-est du territoire (zones 3, 5 et 15) d'étude présentent une faible corrélation avec les flux de référence.

Coefficients de corrélation et de détermination entre les flux de référence et les flux simulés pour chaque origine

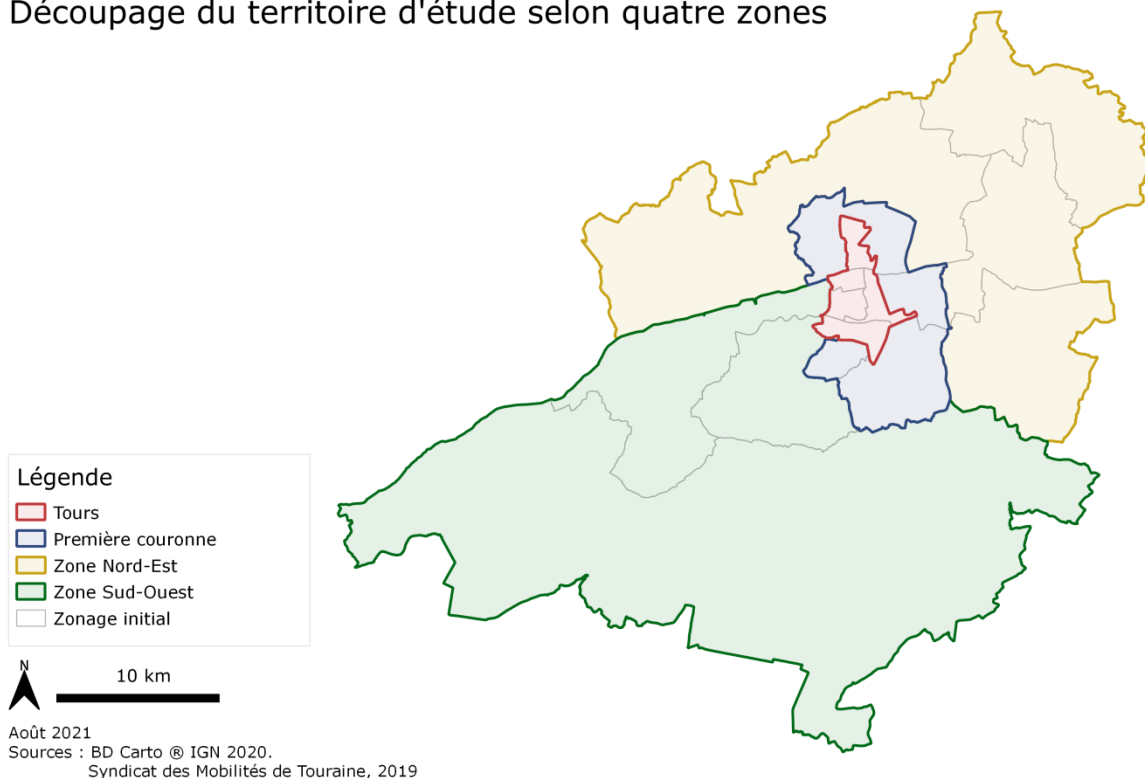


Carte 12 Corrélations entre les flux simulés et les flux de référence pour chaque origine

Afin d'étudier ce résultat plus en détails, on se propose de diviser le territoire en quatre zones (cf. carte 13). La première zone couvre la commune de Tours (zones 9 et 11 à 14). La deuxième regroupe les communes limitrophes à Tours (première couronne, zones 2, 6, 7 et 8) à l'exception de la commune de La Riche. La troisième regroupe les communes du sud-ouest (zones 1, 4 et 10) et la

quatrième les communes du nord-est du territoire (zones 3, 5 et 15). On étudie la distribution des flux référence et des flux simulés selon ce nouveau découpage. L'objectif est de comprendre pourquoi les résultats pour les zones de la partie nord-est du territoire sont faiblement corrélés aux flux de référence.

Découpage du territoire d'étude selon quatre zones



Carte 13 Découpage du territoire d'étude selon quatre zones

Selon ce nouveau découpage du territoire d'étude, les flux de référence se distribuent comme suit (cf. figure 62). Les flux ayant pour origine Tours sont en majorité à destination de Tours (51,3% soit un flux de 19 914). Les flux ayant pour origine les communes de la première couronne, sont à 44,4% (soit un flux de 12 141) à destination de Tours. Le restant se répartit en proportions pratiquement équivalentes sur les deux autres zones (de 17,4% à 20,3% des flux). Les flux des zones nord-est et sud-ouest ont une structure similaire : ils sont à environ 31% à destination de Tours, à 40% à destination de la première couronne, à 20% internes et à 9% à destination de l'autre zone.

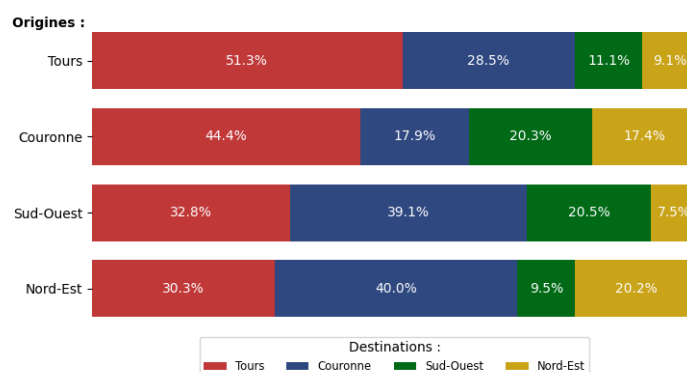


Figure 62 Distribution des flux de référence par origine

Les flux simulés ayant pour origine la première couronne et la zone sud-ouest sont très similaires aux flux de référence. En effet, on retrouve une distribution des flux dans des proportions similaires. La correspondance est un peu moins bonne pour les flux ayant Tours pour origine. Depuis celle-ci, le flux principal se dirige bien vers Tours dans une proportion équivalente aux flux de référence. En revanche, la distribution vers les autres destinations s'éloigne de cette situation. Le flux simulé vers la zone sud-ouest représente une proportion très faible des flux émis par Tours (0.9% des flux ayant pour origine Tours) alors que dans la situation de référence, ils représentent 11,1% des flux.

Enfin, les résultats sont singulièrement différents pour la zone nord-est. Les résultats des simulations prévoient un flux principal vers Tours (78,5% des flux ayant pour origine la zone nord-est sont à destination de Tours) alors que dans la situation de référence ceux-ci ne représentent que 30,3% des flux émis par la zone nord-est. En conséquence, les proportions de flux à destination des autres zones se trouvent largement diminuées par rapport à la situation de référence.

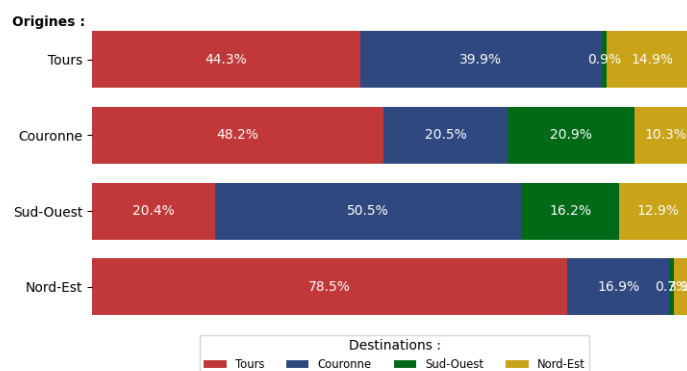


Figure 63 Distribution des flux simulés par origine

La moins bonne correspondance des flux simulés pour les zones du nord-est du territoire d'étude n'est pas due à une particularité des flux de référence. En effet, pour les deux zones périphériques constituant les bords du domaine, les flux de référence présentent la même structure. Ainsi, il convient de rechercher du côté des limites du modèle ou des spécificités du territoire d'étude pour expliquer l'origine de cette moins bonne distribution des flux pour la zone nord-ouest.

1.4. Tentative d'explication des écarts observés

Les résultats et les exemples donnés dans les sections précédentes, nous amènent à rechercher des explications possibles des différences observées entre les flux de référence et ceux simulés pour certaines parties du territoire d'étude. On peut émettre plusieurs conjectures notamment pour les couples origine-destination pour lesquels les correspondances sont les moins bonnes.

Premièrement, on peut supposer la présence d'effets de bords. En effet, on a limité l'étude des flux au territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle en ignorant les flux ayant pour origine ou pour destination l'extérieur du territoire. On a ainsi considéré notre territoire d'étude comme isolé alors même qu'il est lié aux territoires limitrophes⁹. De ce point de vue, notre modèle est très similaire à ceux existant. On considère généralement un territoire indépendamment de ce qui l'entoure à la manière de l'état isolé de Von Thünen décrit au premier chapitre de la première partie. Une des solutions pour limiter ces effets de bords, est proposée par Commenges (Commenges, 2016). Il s'agit de prendre en compte les flux vers les zones limitrophes tout en restreignant l'étude des résultats à la zone initiale. Toutefois, on note des cas où les zones en bordure du domaine (en particulier les zones 1, 4 et 10) présentent une bonne correspondance avec les flux de référence.

Deuxièmement, on peut supposer que la singularité du zonage du territoire d'étude tel que défini dans l'EMD est une des sources des différences observées entre les flux de référence et les flux simulés. Comme cela a été mentionné dans le premier chapitre de cette partie certaines zones du territoire d'étude ont des limites atypiques contraintes par les objectifs de l'enquête ménage déplacement de 2019. C'est notamment le cas de la zone « Reste Touraine-Est-Vallée » qui est en deux parties ou encore de la zone « Nord Syndicat » dont l'étendue est très importante. Ce zonage détermine les données d'entrée du modèle : la position des nœuds origine-destination (au centroïde de la zone), le facteur d'attractivité (nombre d'emplois) et la population (population active). Les différents reliefs sont construits directement à partir de ces données. Ainsi, le découpage du territoire d'étude régit le support de l'écoulement et donc la manière dont les flux s'écoulent vers les destinations. De manière plus générale, toute opération d'agrégation suppose des erreurs de localisation (la zone en question étant synthétisée en un point) et des pertes d'informations (notamment les flux internes). De nouveau, ces limites se retrouvent dans les approches de modélisation classiques évoquées au premier chapitre de ce manuscrit.

Troisièmement, on peut supposer que les diverses opérations de simplification réalisées avant la construction du maillage sont également à l'origine des différences observées entre les flux de référence et les flux simulés. Les contraintes liées à la complexité numérique du module d'écoulement du modèle MIPSiT nécessitent de simplifier le graphe initial tant d'un point de vue de sa topologie que de sa géométrie. L'objectif de ces simplifications est de produire un graphe comprenant un nombre minimum de nœuds et d'arcs. En effet, comme le graphe constitue une des données d'entrée nécessaire à la construction du maillage sur lequel est simulé l'écoulement de l'eau, il se doit d'être le plus simple possible afin que l'exécution du module d'écoulement se fasse dans un temps raisonnable. Ces opérations de simplifications affectent l'écoulement des flux lors de la simulation. Par exemple, pour

⁹ D'après l'EMD réalisée en 2019 sur le département d'Indre et Loire, 5% des flux ayant pour origine le SCoT de l'agglomération tourangelle sont à destination du reste du département, et 12% des flux ayant pour origine le reste du département sont à destination du SCoT de l'agglomération tourangelle.

une intersection, les flux ne se répartissent pas de la même manière selon l'orientation des différents arcs de l'intersection. Ainsi, les diverses simplifications modifient de manière substantielles l'affectation des flux sur le réseau et peuvent conduire à de moins bons résultats pour certains couples origine-destination.

Les hypothèses précédentes, illustrent certaines limites de notre modélisation. Les effets de bords ainsi que les limites liées au zonage du territoire d'étude se retrouvent dans les modèles statiques de prévision de la demande de transport comme les chaînes de modélisation à quatre étapes. Ce ne sont donc pas des limites inhérentes au modèle MIPSiT. La limite liée à la simplification du graphe est quant à elle propre à notre modélisation.

2. Validation des débits

Pour la validation des débits, on compare les résultats de la simulation avec ceux issus des diverses campagnes de comptage réalisées sur le territoire d'étude.

2.1. Points de comptage de référence

Les points de comptage de référence sont issus de plusieurs campagnes de comptages réalisées sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle. Les comptages sur les autoroutes et les voies départementales sont issus des campagnes menées par les services du département d'Indre et Loire. Les données sont celles des années 2015 à 2019 (dans chaque cas, si plusieurs relevés ont été réalisés pour un même point de comptage seule la valeur la plus récente est conservée). Pour les axes plus urbains, les comptages sont issus des campagnes menées par Tours Métropole Val de Loire. Les données sont celles de l'année 2017.

Sur la période couverte par les différentes sources de données de comptage, on ne note pas de création de nouveaux axes routiers d'importance sur le territoire du SCoT. On peut donc considérer que le réseau routier et ces aménagements sont restés relativement stables sur cette période et que l'agrégation des différentes sources de données est cohérente.

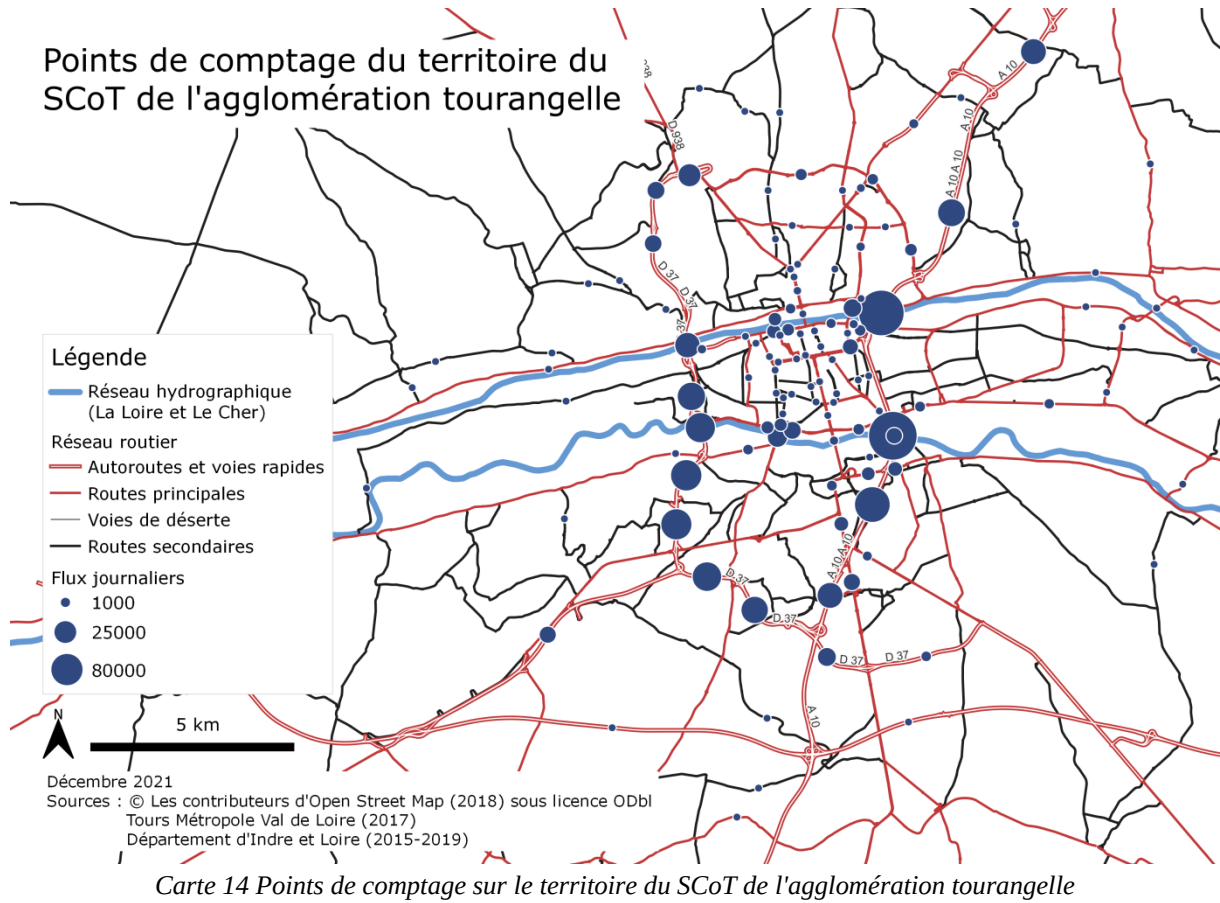
Par ailleurs, dans les données de comptages produites par Tours Métropole et dans celles produites par le département d'Indre et Loire, aucune distinction des flux selon le motif de déplacement n'est possible. Cet élément est à considérer dans l'analyse des résultats dans la mesure où les simulations réalisées dans cette thèse se concentrent sur la modélisation de la mobilité quotidienne liée au travail (flux domicile-travail). Enfin, dans les données de comptages, tout le trafic aussi bien local que longue distance est pris en compte. Cela inclut les flux venant et allant vers l'extérieur du territoire d'étude ainsi que le trafic de transit. Le modèle MIPSiT ne modélise pas ses trois catégories de flux.

Les données de comptages relevées (cf. carte 14) montrent une concentration des flux sur certains axes particuliers. C'est le cas de l'autoroute A10 qui supporte un trafic allant jusqu'à 80 000 véhicules par jour dans la partie en centre-ville de Tours. La D37 (rocade périphérique de Tours) supporte également un trafic important avec plus de 30 000 véhicules par jour sur la majeure partie de son tracé et jusqu'à 55 000 véhicules par jour sur les tronçons les plus fréquentés. Quelques autres voies donnant accès au cœur de l'agglomération ou permettant de rejoindre les deux axes précédemment cités supportent également un trafic important dépassant les 20 000 véhicules par jour.

C'est le cas des transversales est-ouest le long de la Loire et du Cher ou de voies radiales comme la D938 au nord (environ 40 000 véhicules par jour) et la D751 au sud-ouest (environ 30 000 véhicules par jour). Enfin, les franchissements de La Loire et du Cher à l'exception du pont Wilson, supportent un trafic important et généralement supérieur à 20 000 véhicules par jour.

Toutefois, le réseau routier de l'agglomération tourangelle ne souffre pas de congestion en dehors de périodes et de points très localisés. En effet, le rapport de diagnostic du plan de déplacements urbains (PDU) de l'agglomération tourangelle¹⁰ (Sitcat, 2013) note que les conditions de circulation sur l'ensemble des axes mentionnés précédemment sont fluides. Les points de congestion sont très localisés dans l'espace (carrefours en centre-ville, extrémités des ponts traversant les cours d'eau...) et dans le temps (sur quelques dizaines de minutes aux heures de pointe du matin et du soir). Etant donné les densités de population et d'activités dans les communes situées en dehors du périmètre du PDU, on peut supposer que les conditions de trafic y sont également fluides.

¹⁰ Le périmètre du PDU comprend l'ensemble des communes de Tours Métropole ainsi que les communes de Vouvray, Vernou-sur-Brenne et La Ville aux Dames. Il exclut donc l'ensemble des communes du sud du territoire du SCoT (communauté de communes Touraine Vallée de l'Indre) et le restant des communes de la communauté de communes Touraine Est-Vallées.



2.2.Débits simulés au niveau des points de comptage

On compare les flux simulés avec ceux issus des différentes campagnes de comptages. Pour se faire, on doit extraire de nos résultats ceux correspondant à ces points.

Le module d'écoulement du modèle MIPSiT retourne des valeurs de hauteurs d'eau h_{oit} , pour chaque nœud du maillage n_i , pour chaque pas de temps t et ce relativement à chaque origine n_o . On définit q_i le débit simulé au nœud n_i au cours de toute la période de simulation.

On rappelle, que le flux d'eau injecté au nœud origine est le même pour chaque simulation. On pondère les hauteurs d'eau h_{oit} obtenues pour chaque origine par la population (dans notre cas la population active) associée à l'origine. Ces nouvelles valeurs de hauteurs d'eau sont sommées afin d'obtenir les hauteurs d'eau h_{it} à chaque pas de temps indifféremment de l'origine considérée. On a donc :

$$h_{it} = \sum_{n_o \in O} \frac{p_o}{\sum_{n_o \in O} p_o} \times h_{oit}$$

Avec p_o , la population active associée à l'origine n_o et O l'ensemble des nœuds origines.

On rappelle que dans notre analogie la concentration est équivalente à la hauteur d'eau. Pour calculer les débits correspondant aux hauteurs d'eau simulées, on utilise la relation de May présentée dans la section 2.1 du chapitre 2 de la première partie. Soient m et p , les paramètres de l'équation de

May, $v_{max,i}$ la vitesse maximale autorisée sur le tronçon du réseau routier sur lequel se situe le nœud n_i , et k_{max} la concentration maximale. La relation de May s'écrit de la manière suivante :

$$q_{it} = h_{it} \times \left((v_{max,i})^{1-m} \left(1 - \left(\frac{h_{it}}{k_{max}} \right)^{p-1} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

Avec $m = 0,8$, $p = 1,8$ et $k_{max} = 150 \text{ veh. km}^{-1}$.

Les flux obtenus par pas de temps sont ensuite sommés pour obtenir les flux sur toute la durée de la simulation au nœud n_i .

$$q_i = \frac{\sum_t q_{it}}{\delta t}$$

Enfin, le flux total simulé au niveau d'un point de comptage est une moyenne des flux simulés sur les quatre nœuds du maillage les plus proches.

Les résultats pour les 133 points de comptages précédemment décrits sont présentés dans la figure 64. Cette première représentation montre la distribution des flux simulés avec un minimum à 0,12 et un maximum à 643,77. Une partie des flux simulés est assez homogène puisque 50% des valeurs sont comprises en 3,09 et 8,02 (respectivement premier et troisième quartiles, Q1 et Q3) et 60% des valeurs sont comprises entre 1,8 et 14,36 (respectivement les deuxième et huitième déciles, D2 et D8). Au-delà du huitième décile, on note quelques valeurs exceptionnelles qui paraissent anormalement élevées par rapport aux autres. Enfin, pour trois points de comptage, les valeurs simulées sont nulles. Il s'agit de points situés en dehors du réseau passé en entrée du module de maillage du modèle MIPSiT. Ainsi, aucun flux n'a été simulé sur ces parties du maillage.

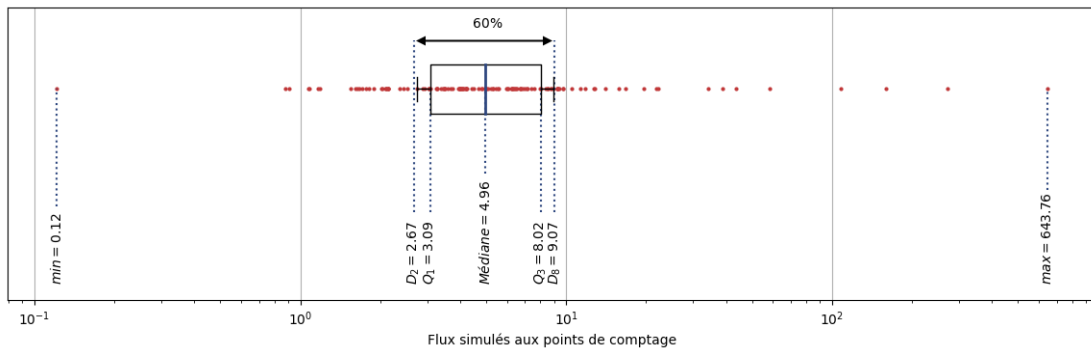


Figure 64 Distribution des flux simulés au niveau des points de comptage

Etant donné cette distribution, on se propose de sélectionner un ensemble points de comptage pour étudier leur corrélation avec les flux simulés. Dans cette sélection, on cherche à exclure les valeurs aberrantes, c'est-à-dire celles pour lesquelles la correspondance avec les flux de référence est la moins bonne. On cherche également à inclure le maximum possible de points de comptages afin que la corrélation soit la plus fiable possible. Pour se faire on se propose d'étudier le rapport suivant :

$$r_{sc} = \frac{\text{flux simulé}}{\text{flux recensé au point de comptage}}$$

De la même manière que pour les flux simulés on étudie la distribution de ce rapport (cf. figure 65). L'étendue des valeurs de r_{sc} est de $6,63 \times 10^{-2}$ avec un minimum de $2,18 \times 10^{-5}$ et un maximum de $6,63 \times 10^{-2}$. L'intervalle interquartile est de $8,73 \times 10^{-4}$ (avec $Q_1 = 1,9 \times 10^{-4}$ et $Q_3 = 1,06 \times 10^{-3}$). Il est donc assez restreint par rapport à l'étendue de la distribution. L'intervalle entre le deuxième et le huitième décile est de $1,17 \times 10^{-3}$ (avec $D_2 = 1,9 \times 10^{-4}$ et $D_8 = 1,06 \times 10^{-3}$). Cet intervalle, comprenant 60% des points de comptage (soit 77 points), reste assez restreint par rapport à l'étendue des valeurs de l'indicateur r_{sc} . Cela signifie que le rapport permettant de passer des flux simulés aux flux issus des campagnes de comptage est du même ordre de grandeur pour ces points.

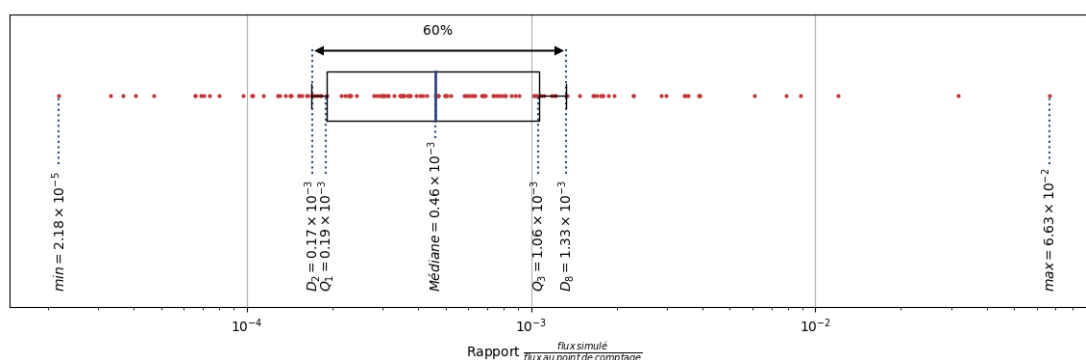


Figure 65 Distribution du rapport r_{sc}

Ainsi, on se propose de ne conserver que cet échantillon de 77 points de comptage sur les 133 que comprend la base de données originale. Du fait de l'homogénéité du rapport r_{sc} pour ces points, on peut observer une corrélation moyenne entre les flux simulés et les données de comptage (cf. figure 66). Pour cette sélection de points, le coefficient de corrélation r est de 0,64 et le coefficient de détermination R^2 de 41,57%.

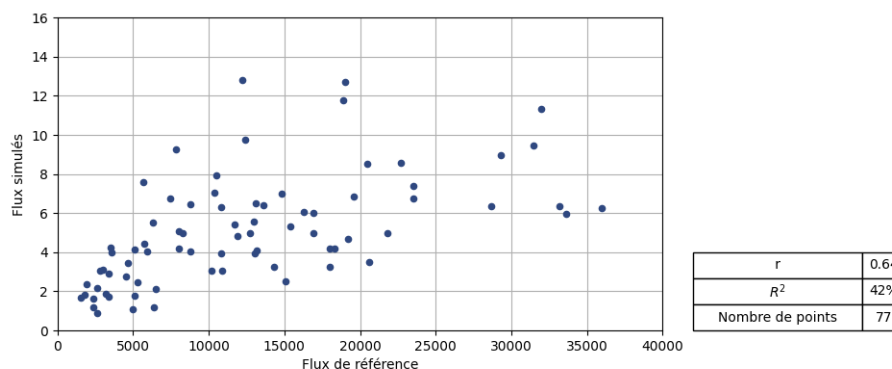
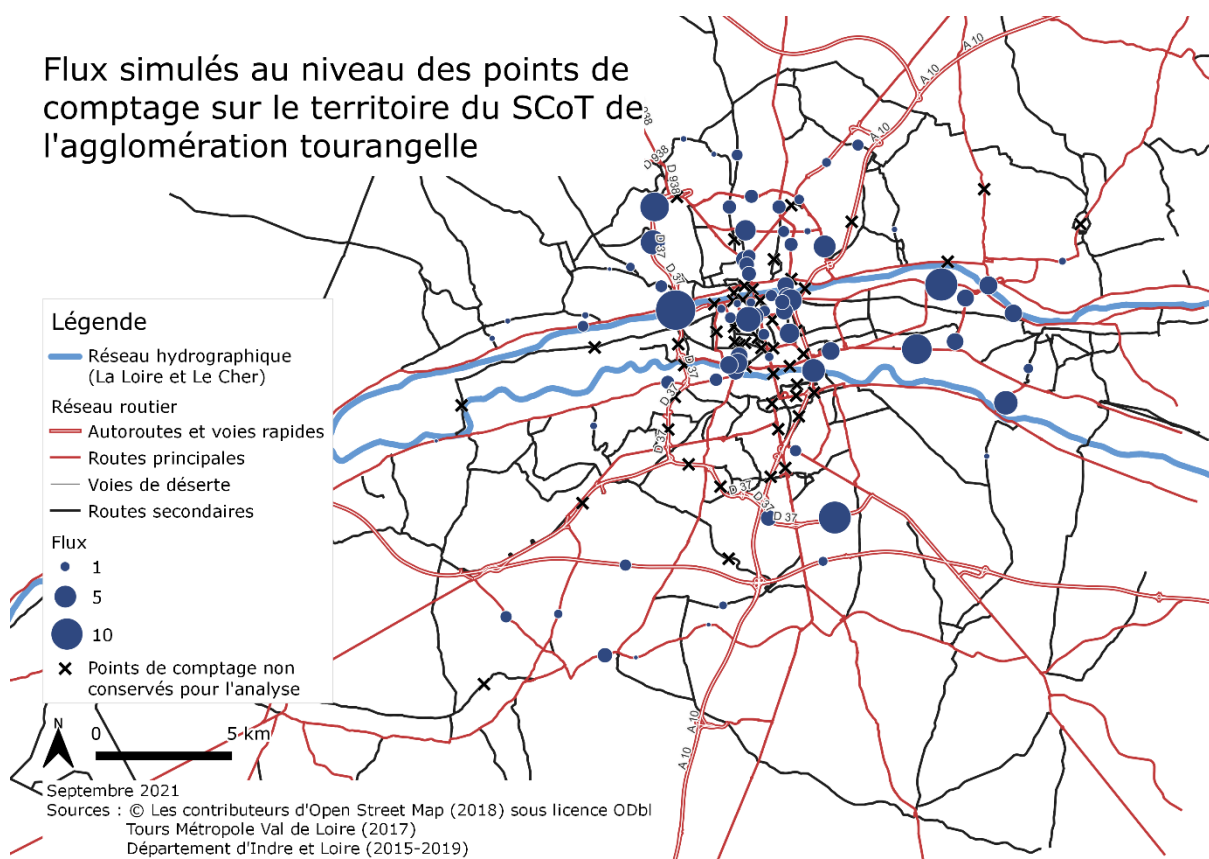


Figure 66 Corrélation entre les flux issus des comptages et les flux simulés

La carte 15 montre la localisation des 77 points de comptage considérés ainsi que ceux qui ont été retirés de l'analyse. Ces derniers points sont répartis de manière hétérogène sur le territoire d'étude. Certains axes comme l'autoroute A10, la D37, ou la D938 sont exclus tout ou en partie de

l'analyse et ont donc une mauvaise correspondance avec les comptages de référence. Comme mentionné précédemment, ces axes supportent à la fois un trafic local, un trafic venant de l'extérieur du territoire d'étude et un trafic de transit. Le modèle MIPSiT ne modélise que le trafic au sein du territoire d'étude. Il est donc normal que les flux simulés pour ces axes ne correspondent pas à ceux recensés dans les comptages. Outre ces axes principaux, d'autres voies à proximité des bordures du domaine ont également été exclus de l'analyse.

Par ailleurs, certains points de comptage situés dans le cœur du territoire d'étude sont également exclus de l'analyse car ayant des valeurs paraissant aberrantes. Les axes concernés sont des voies de moindre importance par rapport à celles citées précédemment. Dans ce cas, une explication pourrait être trouvée dans la nature même de notre modèle. Pour rappel, on a simulé les flux depuis chaque origine sans tenir compte des flux générés sur le réseau par les autres origines. En d'autres termes, une fois sur le réseau, les flux émis par une origine n'interagissent pas avec ceux émis par les autres origines. Dans le cas de flux de faible importance, cette absence d'interaction ne semble pas être un problème en termes d'affectation. En revanche, pour des zones où l'on suppose un trafic plus dense comme ce peut être le cas dans le cœur du territoire d'étude, cela peut-être plus problématique et conduire à une affectation des flux erronée.



Carte 15 Flux simulés au niveau des points de comptage sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle

Finalement, pour les 77 points de comptage considérés, la corrélation avec les flux issus des campagnes de comptage est relativement satisfaisante. En dehors de cette sélection de points, les résultats sont plus aléatoires et la source des valeurs aberrantes n'est pas toujours identifiable.

Conclusion

Dans ce chapitre on a simulé l'écoulement du trafic sur le site d'étude du SCoT de l'agglomération tourangelle. La comparaison des résultats des simulations avec les flux origine-destination de référence a permis de mettre en avant certaines limites du modèle. Celles-ci sont des limites connus des approches classiques et notamment des modèles à quatre étapes. On retrouve ainsi les limites liées au zonage du territoire d'étude et aux effets de bord. D'autres limites liées à la simplification du graphe sont également à noter mais sont propres au modèle MIPSiT. Malgré ces premières limites, on note une distribution moyenne des flux pour une partie des couples origine-destination.

On a également comparé les résultats de la simulation avec les données de comptages relevées sur le terrain. De la même manière que précédemment, on observe une correspondance moyenne entre les flux simulés et les flux de référence pour une partie des résultats. On note aussi la présence de valeurs aberrantes. Pour certains axes, on a fait plusieurs hypothèses quant aux sources possibles pour ces valeurs aberrantes. On a notamment soulevé l'hétérogénéité des trafics comptés par rapport aux trafics simulés ainsi que la non-interaction des flux générés par chaque origine.

Enfin, l'aspect dynamique du modèle n'a pu être comparé à des données réelles en l'absence de celles-ci. Le modèle doit donc encore gagner en validité et notamment au niveau de son aspect dynamique.

Conclusion générale

Au cours de cette thèse, on a développé un modèle dynamique de simulation du trafic intégrant les deux grandes approches de modélisation dans le domaine des transports : l'approche de prévision de la demande de transport et l'approche de simulation de l'écoulement du trafic. Ce modèle mobilise des notions très variées et issues de plusieurs disciplines. Au travers de la construction des reliefs, on a mobilisé des notions issues de l'économie des transports (notion d'attractivité) et de la cartographie (représentation des rapports de poids entre différentes unités territoriales). On a également mobilisé plusieurs sous-domaines des mathématiques au travers de la théorie des graphes (simplification de graphes), de la géométrie (triangulation), du calcul différentiel (équations aux dérivées partielles) et de l'analyse numérique (méthodes de résolutions en éléments finis). Le modèle se base sur une analogie avec l'écoulement d'un fluide en considérant que l'écoulement du trafic routier est analogue à celui d'un liquide. À ce titre on a mobilisé des notions venues de la mécanique des fluides (système d'équations de Saint-Venant). De par l'intégration de plusieurs domaines scientifiques ce modèle se positionne bien dans le champ de l'aménagement et de l'urbanisme.

Le modèle MIPSiT développé dans cette thèse se base sur un large corpus théorique abordé dans la première partie. Dans le premier chapitre, on a examiné les différentes approches statiques avec en premier lieu les modèles de la localisation des activités et les modèles gravitaires. Ces deux approches complémentaires constituent un socle théorique sur lequel se sont basés les modèles de prévision de la demande de transport. En second lieu, on a donc développé cette approche de modélisation au travers de la chaîne de modélisation à quatre étapes. Le deuxième chapitre de la première partie a porté sur la modélisation dynamique de l'écoulement du trafic avec notamment la distinction entre les modèles microscopiques et macroscopiques. Au troisième chapitre, l'étude de ces différentes catégories de modèles nous a permis de dégager des incompatibilités entre les deux grandes familles de modèles dans le domaine des transports. On a ainsi relevé une segmentation des approches de modélisation, des incompatibilités mathématiques entre les modèles ainsi que des objectifs différents pour chacune des approches.

De ce constat, on dégage le principal objectif de la thèse : concevoir un modèle à même de lever au moins une partie de ces incompatibilités et intégrant à la fois une modélisation de la demande de transport et une modélisation dynamique du trafic. Pour se faire, on a considéré que l'écoulement du trafic est analogue à celui d'un liquide.

Sur la base de cette analogie, la deuxième partie de la thèse a été dédiée à la conception du modèle MIPSiT composé de trois modules. Dans un premier chapitre, on s'est intéressé aux modalités de l'écoulement d'un fluide dans un réseau hydrographique. On a ainsi développé l'analogie entre

l'écoulement du trafic sur un réseau routier et l'écoulement de l'eau sur un relief en comparant les propriétés de ces deux écoulements. On a ensuite établi à partir des propriétés physiques de l'écoulement d'un fluide un système d'équations aux dérivées partielles. Ce système correspond aux équations de Saint-Venant en deux dimensions. Celles-ci ne possèdent pas de solution analytique. On s'est donc donné une méthode de résolution : la méthode en éléments finis. La résolution a finalement été réalisée avec le logiciel TELEMAT-2D, logiciel éprouvé pour la simulation d'écoulements selon les conditions de Saint-Venant. Le deuxième chapitre s'est concentré sur la construction du support de l'écoulement. Il s'agissait de construire plusieurs reliefs sur lesquels l'écoulement est ensuite simulé. Ces reliefs ont été modélisés en fonction des caractéristiques socio-économiques du territoire mais aussi en fonction des contraintes liées à la simulation de l'écoulement avec le logiciel TELEMAT-2D. Les relations permettant de produire de tels reliefs sont très similaires à celles régissant les modèles gravitaires. Le troisième et dernier chapitre de cette partie s'est intéressé à l'élaboration du graphe représentant le réseau routier. Après avoir défini un niveau d'abstraction du réseau routier, on a exposé les contraintes qui s'appliquent à un tel graphe en relation avec les modalités de simulation de l'écoulement et de construction du support de l'écoulement.

Enfin, le modèle MIPSiT a été appliqué sur un territoire d'étude en Région Centre-Val de Loire (l'agglomération tourangelle) dans la troisième et dernière partie. Le modèle a d'abord fait l'objet d'un calage dans le premier chapitre. Après avoir exposé les caractéristiques du territoire d'étude, les différents paramètres de construction du support de l'écoulement ont été calés un à un sur des flux origine-destination de référence et pour une seule origine. Selon ses paramètres une simulation globale a été réalisée dans le second chapitre. Les flux origine-destination (toutes origines confondues) simulés ont été comparés à ceux issus de l'enquête ménage-déplacement réalisée sur le territoire d'étude en 2019. Enfin, on a également comparé les résultats avec les données relevées lors des différentes campagnes de comptages menées sur l'agglomération tourangelle.

Ces différentes simulations ont permis de mettre avant plusieurs limites de cette approche intégrée. En premier lieu, on retrouve certaines limites des modèles de prévision de la demande de transport et de simulation de l'écoulement du trafic (importance du zonage, effets de bord...). En second lieu, le modèle possède ses propres limites. Celles-ci sont notamment liées à la simplification du graphe et donc à des considérations numériques en relation avec les modalités de simulation de l'écoulement du trafic. Ces dernières limites ne sont donc pas théoriques mais calculatoires et pourraient être levées en optimisant les différents modules de construction du support de l'écoulement et de simulation de l'écoulement.

En troisième lieu, le modèle MIPSiT permet de lever certaines limites liées au chaînage et à la compatibilité des modèles des deux grandes approches de modélisation dans le domaine des transports. Ce modèle est à même de simuler à partir des données socio-économiques d'un territoire, à la fois la matrice origine destination (issue des modèles statiques) mais aussi la dynamique du trafic (sortie d'un modèle d'écoulement du trafic). À la différence des modélisations habituelles, on a intégré au sein du modèle MIPSiT, toutes les étapes de modélisation avec deux composantes principales : la construction de reliefs à même de retranscrire les caractéristiques socio-économiques d'un territoire et la simulation d'un écoulement d'eau analogue à celui du trafic sur ces reliefs. Cet aspect constitue le principal apport de ce travail de thèse.

Plusieurs pistes sont à explorer pour que le modèle gagne en validité. D'abord, le processus de calage pourrait être réalisé sur un territoire offrant plus de problèmes de congestion afin d'étudier le comportement du modèle dans ces situations. En effet, le territoire d'étude choisi ne présente que des

problèmes de congestion très ponctuels ce qui est d'ailleurs le cas partout en région Centre Val-de-Loire. L'optimisation des différents modules est également une piste d'amélioration. L'idée étant qu'avec des modules plus rapides on puisse adopter un niveau d'abstraction moins important et se baser sur une description du réseau routier plus fine. Par ailleurs, on a restreint notre modèle au seul motif de déplacement domicile-travail considérant que celui-ci est un marqueur de l'organisation territoriale en France. Pour l'application à d'autres motifs de déplacement, la structure du modèle pourrait être conservée et seules les données de population et d'attractivité en entrée seraient à modifier.

Le modèle MIPSiT n'est donc pas pleinement opérationnel et nécessite des développements et validations supplémentaires. Cependant, les objectifs initiaux ont bien été atteints et notamment celui de l'intégration au sein d'un même modèle des deux approches de modélisation dans le domaine des transports.

Bibliographie

- Acs, M. et Laurent, P. (2021). Pour les petits trajets domicile-travail, un quart des Franciliens se déplacent à pied ou à vélo. *Insee Flash Île-de-France*, (53), 2.
- Airault, S. (1997). Cartographie par ordinateur: La restitution du réseau routier à partir d'images aériennes. *Strates*, (9). <https://doi.org/10.4000/strates.645>
- Alaeddine, H., Serrhini, K., Maizia, M. et Néron, E. (2015). A spatiotemporal optimization model for the evacuation of the population exposed to flood hazard. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 15(3), 687-701. <https://doi.org/10.5194/nhess-15-687-2015>
- Appert, M. et Chapelon, L. (2013). The Space-time Variability of Road Base Accessibility: Application to London. Dans P. Mathis (dir.), *Graphs and Networks* (p. 1-29). John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1002/9781118595473.ch1>
- Ardekani, S. A., Ghandehari, M. et Nepal, S. M. (2011). Macroscopic speed-flow models for characterization of freeway and managed lane. *Bulletin de l'institut politique de Iasi*, 57(1), 11.
- Arnott, R. (2013). A bathtub model of downtown traffic congestion. *Journal of Urban Economics*, 76, 110-121. <https://doi.org/10.1016/j.jue.2013.01.001>
- Babuška, I. et Aziz, A. K. (1976). On the Angle Condition in the Finite Element Method. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 13(2), 214-226. <https://doi.org/10.1137/0713021>
- Bahoken, F. (2013). Sur la première carte des flux réalisée avec des flèches (Ravenstein, 1885). *Confins*, 17, 16. <https://doi.org/10.4000/confins.8187>
- Banos, A., Moreno, D., Pivano, C. et Taillandier, P. (2011). Christaller, toujours vivant ! *Cybergeo : European Journal of Geography*.
- Barré de Saint-Venant, A.-J.-C. (1871). Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 73, 147-154 et 237-240.
- Baumont, C. et Huriot, J.-M. (1996). *De Von Thünen à Fujita : continuité ou rupture ?* ([Rapport de recherche] n° 9601). Laboratoire d'analyse et de techniques économiques (LATEC). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01527151/document>

- Béguin, M. et Pumain, D. (2014). *La représentation des données géographiques : statistique et cartographie*. Armand Colin.
- Bérion, P., Joignau, Xg. et Langumier, J.-F. (2007). L'évaluation socio-économique des infrastructures de transport : Enrichir les approches du développement territorial. *Revue d'Économie Régionale & Urbaine*, (4), 651. <https://doi.org/10.3917/reru.074.0651>
- Bois, H. (2017). *Modélisation et Prospective de la demande de Mobilité*. Université Paris Nanterre.
- Boiteux, M. (2001). *Transport : choix des investissements et coût des nuisances*. Commissariat Général du Plan.
- Bonnafous, A. et Masson, S. (2003). Evaluation des politiques de transports et équité spatiale. *Revue d'Économie Régionale & Urbaine*, (4), 547-572.
- Bonnefoy, J.-L., Pumain, D. et Rozenblat, C. (1996). Théorie des graphes et interactions non gravitaires. *Spatial Analysis of Biodemographic data*, 171-186.
- Bonnel, P. (2002). *Prévision de la demande de transport* [hdr]. Université Lumière - Lyon II.
- Bonnel, P., Faivre d'Arcier, B. et Nicolas, J.-P. (2012). La mobilité urbaine en 2030 : quelles évolutions, quels enjeux économiques pour les ménages et les collectivités ? *Transports Environnement Circulation, ATEC*, 14-21.
- Bourrel, E. (2003). *Modélisation dynamique de l'écoulement du trafic routier : du macroscopique au microscopique*. Institut national des sciences appliquées de Lyon.
- Braess, D., Nagurney, A. et Wakolbinger, T. (2005). On a Paradox of Traffic Planning. *Transportation Science*, 39(4), 446-450. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0127>
- Brunet, R. et Dollfus, O. (1990). *Mondes nouveaux* (Hachette).
- Brutel, C. et Pages, J. (2021). La voiture reste majoritaire pour les déplacements domicile-travail même pour les courtes distances. *Insee Première*, (1835), 4.
- Buisson, C. (1996). Analyse bibliographique et première classification des algorithmes de simulation de l'écoulement du trafic routier. *Recherche transports sécurité*, (53), 35-48.
- Buisson, C., Lesort, J.-B., Francia et Direction générale des infrastructures, des transports et de la mer. (2010). *Comprendre le trafic routier: méthodes et calculs*. Centre d'études sur les réseaux, les transports, l'urbanisme et les constructions publiques.
- Casas, J., Ferrer, J. L., Garcia, D., Perarnau, J. et Torday, A. (2010). Traffic Simulation with Aimsun. Dans J. Barceló (dir.), *Fundamentals of Traffic Simulation* (vol. 145, p. 173-232). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6142-6_5
- Cauvin, C. (1994). Accessibilité de système et accessibilité locale. *Flux*, 10(16), 39-48. <https://doi.org/10.3406/flux.1994.981>

- Centre d'études sur les réseaux, les transports, l'urbanisme et les constructions publiques (CERTU). (2003). *Modélisation des déplacements urbains de voyageurs*. Certu.
- Chatzis, K. (2011). La modélisation des déplacements urbains en France depuis les années 1980, ou la domination progressive du champ par le secteur privé. *Métropolis* - « Flux », 85-86(3), 22 à 40.
- Commenges, H. (2013a). *L'invention de la mobilité quotidienne : aspects performatifs des instruments de la socio-économie des transports*. Université Paris Diderot-Paris 7.
- Commenges, H. (2013b). Socio-économie des transports : une lecture conjointe des instruments et des concepts. *Cybergeog*. <https://doi.org/10.4000/cybergeog.25750>
- Commenges, H. (2016). Modèle de radiation et modèle gravitaire: Du formalisme à l'usage. *Revue Internationale de Géomatique*, 26(1), 79-95. <https://doi.org/10.3166/RIG.26.79-95>
- Costeseque, G. (2012). *Modélisation du trafic routier : passage du microscopique au macroscopique*. [mémoire de master]. Ecole des Ponts.
- Costeseque, G. (2013). Modélisation et simulation dans le contexte du trafic routier. Dans *Modéliser & simuler. Épistémologies et pratiques de la modélisation et de la simulation* (vol. 1-30, vol. 1, p. 803-832). Matériologiques.
- Costeseque, G. (2014). *Contribution à l'étude du trafic routier sur réseaux à l'aide des équation d'Hamilton-Jacobi*. Université Paris-Est.
- Daganzo, C. F. (1994). The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, 28(4), 269-287. [https://doi.org/10.1016/0191-2615\(94\)90002-7](https://doi.org/10.1016/0191-2615(94)90002-7)
- Daudé, E. (2002). *Modélisation de la diffusion d'innovations par la simulation multi-agents. L'exemple d'une innovation en milieu rural*. [sciences de l'homme et société]. Université d'Avignon.
- Delaunay, B. (1924). Sur la sphère vide. *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS. VII. Série*, 1934(6), 793-800.
- Delestre, O. (2010). *Simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles*. Université d'Orléans.
- Denain, J.-C. et Langlois, P. (1998). Cartographie en anamorphose. *M@ppemonde*, 49(1998.1), 16-19.
- Derbel, O. (2014). *Modélisation microscopique et macroscopique du trafic : impact des véhicules automatisés sur la sécurité du conducteur*. Université Haute-Alsace.
- Deymier, G. et Nicolas, J.-P. (2005). *Modèles d'interaction entre transport et urbanisme : état de l'art et choix du modèle pour le projet SIMBAD (n° 1)*. Laboratoire d'Economie des Transports.
- Dhatt, G. et Touzot, G. (1987). *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Maloine.

- Dobruszkes, F. et Marissal, D. (2002). Réflexions sur l'usage des modèles dans les études de transport et les sciences sociales. *Recherche - Transports - Sécurité*, 74, 2-25. [https://doi.org/10.1016/S0761-8980\(02\)80001-2](https://doi.org/10.1016/S0761-8980(02)80001-2)
- El Hmam, M. S., Abouaïssa, H. et Jolly, D. (2008). Contribution à la modélisation et la simulation du flux de trafic : approche hybride basée sur les systèmes multiagents. Dans *Modélisation du trafic* (p. 93-112).
- Gartner, N., Messer, C. J. et Rathi, A. K. (2001). *Traffic flow theory. A state-of-the-art report* ([Technical report]). Committee on Traffic Flow Theory and Characteristics.
- Geurs, K. T. et van Wee, B. (2004). Accessibility evaluation of land-use and transport strategies : review and research directions. *Journal of Transport Geography*, (12), 127-140.
- Greenshield, B. D. (1935). A study of highway capacity. *Proceedings Highway Research Record*, (14), 448-477.
- Guigou, J.-L. (1982). *La rente foncière*. Economica.
- Hendawi, A. M., Ali, M. et Mokbel, M. F. (2017). Panda*: A generic and scalable framework for predictive spatio-temporal queries. *GeoInformatica*, 21(2), 175-208. <https://doi.org/10.1007/s10707-016-0284-8>
- Héran, F. (2009). À propos de la vitesse généralisée des transports. Un concept d'Ivan Illich revisité. *Revue d'Économie Régionale & Urbaine*, juillet(3), 449. <https://doi.org/10.3917/reru.093.0449>
- Héran, F. (2015). *Le retour de la bicyclette: Une histoire des déplacements urbains en Europe, de 1817 à 2050*. La découverte.
- Herman, R., Lam, T. et Prigogine, I. (1972). Kinetic Theory of Vehicular Traffic: Comparison with Data. *Transportation Science*, 6(4), 440-452. <https://doi.org/10.1287/trsc.6.4.440>
- Hervouet, J.-M. (1998). *Telemac, a hydroinformatic system* (vol. 25, p. 67-74). https://www.persee.fr/doc/jhydr_0000-0001_1998_act_25_1_5517
- Hervouet, J.-M. (2000). *Etudes pluridisciplinaires dans le domaine de l'environnement. Le système Telemac*. https://www.persee.fr/doc/jhydr_0000-0001_2000_act_26_1_5634
- Hervouet, J.-M., Bates, P. D., Stewart, M. D. et Wilson, C. A. M. E. (1998). *Calibration and validation of two dimensional finite element models of floodplain flow* (vol. 25, p. 417-426). https://www.persee.fr/doc/jhydr_0000-0001_1998_act_25_2_5576
- Hervouet, J.-M. et Moulin, C. (1994). *Modèles mathématiques bidimensionnels aux éléments finis pour l'analyse des crues et des inondations* (vol. 23, p. 251-255). https://www.persee.fr/doc/jhydr_0000-0001_1994_act_23_1_5347

- Huff, D. L. (1962). *Determination of intra-urban retail trade areas*. Real Estate Research Program, Graduate Schools of Business Administration, University of California. <https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=uc1.b5012242&view=1up&seq=6>
- Huriot, J.-M. (1994). *Von Thünen, Economie et espace* (Economica).
- Huynh, H. N. et Selvakumar, R. (2020). Extracting Backbone Structure of a Road Network from Raw Data. Dans V. V. Krzhizhanovskaya, G. Závodszy, M. H. Lees, J. J. Dongarra, P. M. A. Sloom, S. Brissos et J. Teixeira (dir.), *Computational Science – ICCS 2020* (vol. 12137, p. 582-594). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50371-0_43
- Jin, W.-L. (2020). Generalized bathtub model of network trip flows. *Transportation Research Part B: Methodological*, 136, 138-157. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2020.04.002>
- Johnson, C. (1987). *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. (Cambridge University Press).
- Joignaux, G. et Verny, J. (2004). Le découplage entre transport de marchandises et croissance : organisations productives, localisations et demande de transport. *Revue d'Économie Régionale & Urbaine*, décembre(5), 779-791. <https://doi.org/10.3917/reru.045.0779>
- Josselin, D., Marcon, A., Audard, F. et Carpentier-Postel, S. (2019). *Modélisation et analyse spatiales des pratiques de mobilité partagée et de transport flexible en région PACA*. UMR ESPACE 7300.
- Josselin, D. et Nicot, B. (2003). Un modèle gravitaire géoéconomique des échanges commerciaux entre les pays de l'U.E., les PECO et les PTM. *Cybergeo*. <https://doi.org/10.4000/cybergeo.4219>
- Lang, P., Desombre, J., Ata, R., Goeury, C. et Hervouet, J.-M. (2014). *Système de modélisation Telemac : Manuel de l'utilisateur*.
- Langlois, P. (2003). *Anamorphose par transformations pseudo-équivalentes. Application à la cartographie thématique*. 6ème Rencontres de Théo Quant (p. 17).
- Leblond, V. et Garcia Castello, F. (2016). *GLOBAL et IMPACT, deux outils complémentaires pour la planification des transports*. RATP.
- Levasseur. (1889a). *La population française : histoire de la population française avant 1789 et démographie de la France comparée à celle des autres nations au XIXe siècle ; précédée d'une Introduction sur la statistique. Tome I* (vol. 1-3). Arthur Rousseau. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k81661q>
- Levasseur. (1889b). *La population française : histoire de la population française avant 1789 et démographie de la France comparée à celle des autres nations au XIXe siècle ; précédée d'une Introduction sur la statistique. Tome II* (vol. 1-3). Arthur Rousseau. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k109904z>

- Levasseur. (1889c). *La population française : histoire de la population française avant 1789 et démographie de la France comparée à celle des autres nations au XIXe siècle ; précédée d'une Introduction sur la statistique. Tome III* (vol. 1-3). Arthur Rousseau. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k81663d>
- Lighthill, M. J. et Whitham, G. B. (1955). On kinetic waves. II. Theory of Traffic Flows on Long Crowded Roads. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 229(1178), 317-345.
- Masson, S. (1998). Interactions entre système de transport et système de localisation. De l'héritage des modèles traditionnels à l'apport des modèles interactifs de transport et d'occupation des sols. *Les cahiers scientifiques du Transport*, (33), 79-108.
- Massoni, M., Raoul, E. et Ayong Le Kama, A. (2015). *Modélisation des déplacements de voyageurs en Île de France* (n° 009874-01). Conseil général de l'environnement et du développement durable.
- Mathis, P. (dir.). (2003). *Graphes et réseaux*. Hermès - Lavoisier.
- May, A. D. (1990). *Traffic flow fundamentals*. Prentice Hall.
- Messai, N., Thomas, P., Lefebvre, D. et Creput, J. C. (2001). Modélisation macroscopique du trafic sur un carrefour urbain : approches neuronales et estimation paramétrique.
- Musin, O. R. (1997). *Properties of the Delaunay Triangulation*. New York, NY, USA (p. 424-426). <https://doi.org/10.1145/262839.263061>
- Ory, J. (2017). De l'objet au figuré : l'abstraction en cartographie. *Géoconfluences*. <http://geoconfluences.ens-lyon.fr/programmes/outils/objet-figure-cartographie>
- Parrochia, D. (2006). Pour une théorie de la relativité géographique (vers une généralisation du modèle gravitaire). *Cybergeo : revue européenne de géographie*, 337, 18.
- Pébay, P. P. (1998). *Construction d'une triangulation surfacique Delaunay-admissible* ([Rapport de recherche] n° 3369). INRIA.
- Peeters, D. et Perreur, J. (1996). L'approche wébérienne de la localisation industrielle et ses extensions : un bilan. *Espace géographique*, 25(3), 273-287. <https://doi.org/10.3406/spgeo.1996.996>
- Pipes, L. A. (1967). Car following models and the fundamental diagram of road traffic. *Transport Research*, 1, 21-29.
- Poulit, J. (1973). *Approche économique de l'accessibilité*. SETRA.
- Pumain, D. (2004). *Lieux centraux*. Hypergé. <http://www.hypergeo.eu/spip.php?article13#>
- Pumain, D., Saint-Julien, T. et Béguin, M. (1989). *Atlas des villes de France*. RECLUS ; Documentation française.

- Ravenstein, E. G. (1885). The laws of Migration. *Journal of the Statistical Society of London*, 48(2), 167-235.
- Richer, C. et Rabaud, M. (2019). L'évolution des mobilités actives dans la Métropole Européenne de Lille depuis dix ans : changement de modèle ou prolongement de tendance ? *Belgeo*, (4). <https://doi.org/10.4000/belgeo.35298>
- Ruan, N., Jin, R. et Huang, Y. (2011, décembre). *Distance Preserving Graph Simplification*. 2011 IEEE 11th International Conference on Data Mining (ICDM), Vancouver, BC, Canada (p. 1200-1205). <https://doi.org/10.1109/ICDM.2011.57>
- Salotti, J. (2019). *Méthodes de sélection de voisinage et de prévision à court terme pour l'analyse du trafic urbain*. INSA Lyon, Université de Lyon.
- Shewchuk, J. R. (1996). Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. Dans M. C. Lin et D. Manocha (dir.), *Applied Computational Geometry: Towards Geometric Engineering* (vol. 1148, p. 203-222). Springer-Verlag.
- Shewchuk, J. R. (2002). Constrained Delaunay Tetrahedralizations and Provably Good Boundary Recovery. *Proceedings of the 11th International Meshing Roundtable*.
- Shuper, V. (1999). La théorie des lieux centraux et les phénomènes d'évolution. *Cybergeo : European Journal of Geography*. <https://doi.org/10.4000/cybergeo.4844>
- Sitcat. (2013). *Plan de déplacements urbains de l'agglomération tourangelle - Annexe 1 : diagnostic*. Sitcat. <http://www.mobilite.tours-metropole.fr/index.php?idtf=45>
- Syndicat des Mobilités de Touraine. (2019). *Enquête mobilité 2019 sur le département d'Indre et Loire*. <https://emc2-touraine-mobilites.scan-datamining.com/>
- Tobler, W. (1993). *Three Presentations on Geographical Analysis and Modeling: Non- Isotropic Geographic Modeling; Speculations on the Geometry of Geography; and Global Spatial Analysis*. UC Santa Barbara : National Center for Geographic Information and Analysis. <https://escholarship.org/uc/item/05r820mz#author>
- Tobler, W. (2004). Thirty-Five Years of Computer Cartograms. *Annals of the Association of American Geographers*, 94(1), 58-73.
- Toutin, G. (2021). Un usage persistant de la voiture en Centre-Val de Loire pour aller travailler, y compris sur de courtes distances. *Insee Flash Centre-Val de Loire*, (40), 2.
- Tremblin, G., Jaillet, A., Fortin, T., Michelot, N., Lavielle, J.-P., Ooghe, G. et Vigneau, G. (2021). *Modélisation des déplacements en IDF avec MODUS 3.1*. Direction Régional et Interdépartementale de l'Équipement et de l'Aménagement d'Île de France.
- Underwood, R. T. (1961). Speed, Volume and Density Relationships. Dans *Quality and theory of traffic flow* (Bureau of Highway Traffic, p. 142-188).

- Vickrey, W. (2020). Congestion in midtown Manhattan in relation to marginal cost pricing. *Economics of Transportation*, 21, 100152. <https://doi.org/10.1016/j.ecotra.2019.100152>
- Wardrop, J. G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research. *Institution of Civil Engineers*, 325-352.
- Wiel, M. (1999). *La transition urbaine, ou, Le passage de la ville-pédestre à la ville-motorisée*. P. Mardaga.
- Wilson, A. G. (1971). A Family of Spatial Interaction Models, and Associated Developments. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 3(1), 1-32. <https://doi.org/10.1068/a030001>
- Zaninetti, J.-M. (2017). Les déplacements domicile-travail structurent-ils encore les territoires ? *M@ppemonde*, 122, 18 p.

Notations

Variables liées au modèle d'écoulement

h , la hauteur d'eau ;

v , la vitesse ;

$\vec{v} = (v_x(x, t), v_y(y, t))$, vecteur vitesse ;

q , le débit ;

η , la côte de la surface libre ;

f , la côte du fond ;

P , la pression ;

P_0 , la pression de l'air au-dessus de la surface libre ;

ρ , la densité ou masse volumique du fluide ;

g , l'accélération de pesanteur ;

$\vec{F}_t$, les forces extérieures ;

$\vec{p}$, la quantité de mouvement ;

m , la masse ;

$\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_y)$, les forces de frottement ;

v_t , le coefficient de diffusion de la vitesse ;

S_h , les sources ou puits de fluide ($m \cdot s^{-1}$) ;

S_x, S_y , les termes sources ou puits des équations dynamiques ($m \cdot s^{-2}$)

Variables liées au modèle de projection et de maillage

N , un ensemble de nœuds ;

n_i , un nœud de l'ensemble N ;

τ , une triangulation de l'ensemble N ;

t_i , un élément de la triangulation τ ;

A , un ensemble d'arcs dont les extrémités sont des nœuds de N ;

a_{ij} , un arc de l'ensemble A avec $a_{ij} = (n_i, n_j)$ et $n_i, n_j \in N$;

$G(N, A)$, un graphe dont les nœuds et les arcs sont respectivement constitués des ensembles N et A ;

n_o , un nœud origine du trafic, O l'ensemble des nœuds origines ;

n_d , un nœud destination du trafic, D l'ensemble des nœuds destinations ;

m_d , le facteur d'attractivité associé au nœud n_d ;

d_{ij} , la distance entre les nœuds n_i et n_j ;

α_{od} , l'angle que forme le segment reliant l'origine à la destination projetée dans la troisième dimension avec l'horizontal ;

θ , l'angle maximal de projection ;

z_{oi} , l'altitude du nœud n_i relativement à l'origine n_o ;

z_o , l'altitude de l'origine n_o ;

β , le frein sur la distance ;

R , l'ensemble des nœuds de N , correspondant au réseau routier ;

δ , la différence d'altitude appliquée aux nœuds représentant le réseau routier ;

μ , la borne supérieure de normalisation ;

ξ , le facteur permettant de définir l'altitude de l'origine n_o tel que $z_o = \xi \times \mu$;

λ , le nombre de destinations prises en compte dans la formule d'interpolation.

Annexes

Annexe 1 : Autres diagrammes fondamentaux

L'objet de cette annexe est de donner un énoncé des différents diagrammes fondamentaux rencontrés dans la littérature (Ardekani et al., 2011; Derbel, 2014; Greenshield, 1935).

Dans la suite de cette annexe les notations suivantes sont utilisées :

- v , la vitesse ;
- v_{max} , la vitesse libre, souvent prise égale à la vitesse maximale autorisée ;
- v_c , la vitesse lorsque la capacité de la voie est atteinte ;
- k , la concentration ou densité de véhicules ;
- k_{max} , la concentration maximale, correspondant à une situation de congestion : les véhicules sont à l'arrêt, les uns derrière les autres et remplissent complètement la voie ;
- k_0 , la concentration lorsque les véhicules circulent à vitesse libre ;
- k_c , la concentration lorsque la capacité de la voie est atteinte (concentration critique).

Pour rappel, les conditions aux limites que doivent satisfaire les équations liant vitesse et densité sont les suivantes :

- Si $k = k_{max}$, alors $v = 0$;
- Si $k = 0$, alors $v = v_{max}$.

1. Modèle de Greenshield

Le modèle de Greenshield (Greenshield, 1935) est le premier et le plus simple des modèles. Celui-ci a été décrit dans la section 2.1 du chapitre 2 de la première partie. Pour rappel sa formulation est la suivante :

$$v = v_{max} \left(1 - \frac{k}{k_{max}} \right)$$

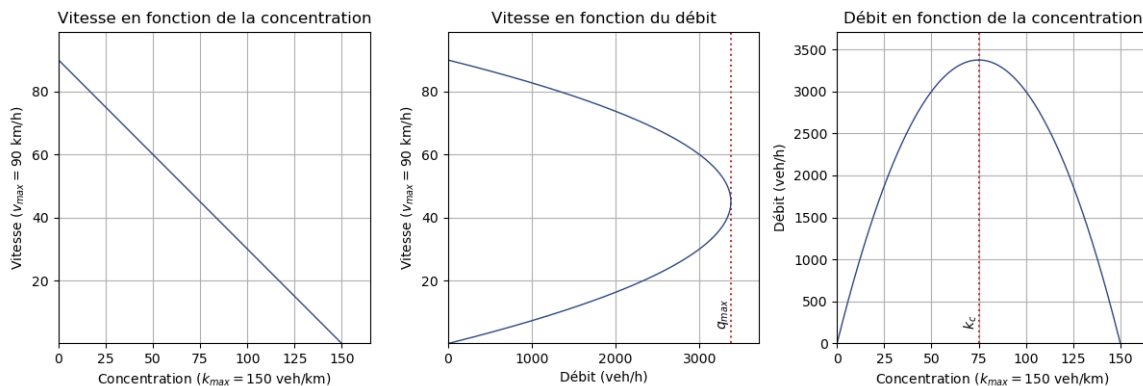


Figure 67 Diagramme fondamental de Greenshield

2. Modèle de Greenberg

Proposé en 1959 par Greenberg, ce modèle se base sur une analogie avec un flux de fluide et des données récoltées dans le Lincoln Tunnel de New York. Greenberg établit une relation logarithmique entre la vitesse et la densité :

$$v = v_c \ln\left(\frac{k_{max}}{k}\right)$$

Ce modèle présente l'inconvénient ne pas satisfaire toutes les conditions aux limites. En effet lorsque la concentration est nulle la vitesse tend théoriquement vers l'infini.

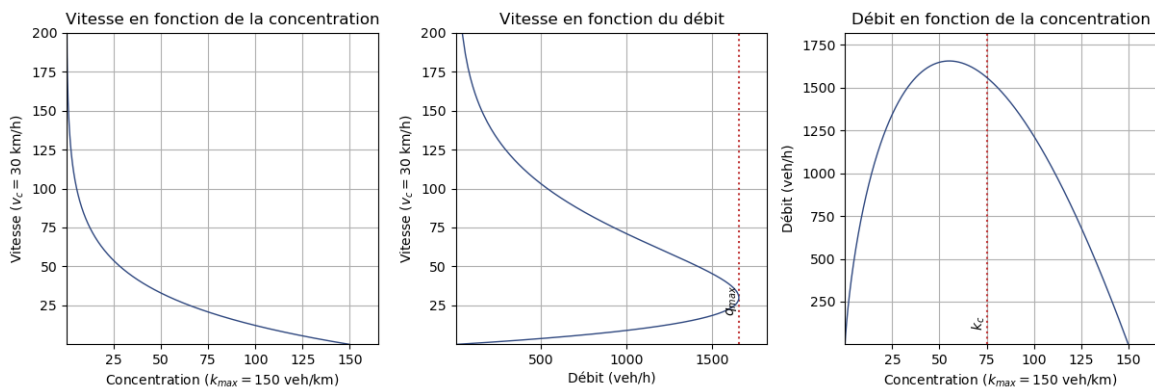


Figure 68 Diagramme fondamental de Greenberg

3. Modèle d'Underwood

Ce modèle a été proposé par Underwood en 1961 (Underwood, 1961). Il établit une relation exponentielle entre la densité et la vitesse de la manière suivante :

$$v = v_{max} \times e^{-k/k_c}$$

Le modèle représente bien les situations de trafic fluide mais présente l'inconvénient d'être moins fidèle à la réalité que les modèles de Greenshield et Greenberg en situation de congestion.

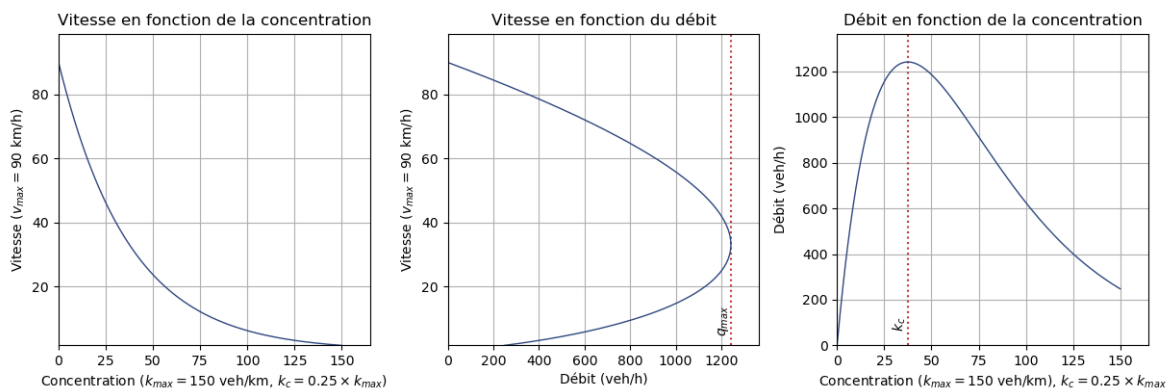


Figure 69 Diagramme fondamental d'Underwood

Ce modèle peut être modifié afin d'obtenir une approximation numérique de la densité en situation de congestion en développant la fonction exponentielle par une série de Taylor. En limitant ce développement au terme contenant k^3 on obtient :

$$v = v_{max} \times e^{-k/k_c} = v_{max} \left(1 - \frac{k}{k_c} + \frac{k^2}{2k_c^2} + \frac{k^3}{6k_c^3} \right)$$

4. Modèle de Newell

Ce modèle a été développé par Newell en 1961. Il vérifie bien les conditions aux limites et se formule de la manière suivante :

$$v = v_{max} \left(1 - \exp \left(-\frac{\lambda}{v_{max}} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_{max}} \right) \right) \right)$$

Avec λ , le coefficient directeur de la courbe interdistance/vitesse à l'origine.

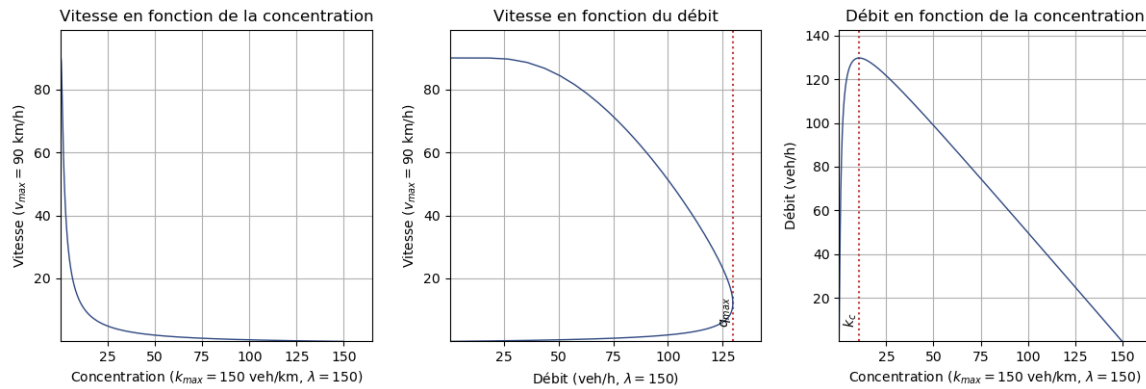


Figure 70 Diagramme fondamental de Newell

5. Modèle de Pipes

En 1967, Pipes propose une généralisation du modèle de Greenshield (Pipes, 1967) en donnant une nouvelle formulation pour la relation liant vitesse et concentration :

$$v = v_{max} \left(1 - \left(\frac{k}{k_{max}} \right)^n \right)$$

Avec n , un paramètre à caler en fonction des données disponibles. Le modèle de Greenshield s'obtient en fixant ce paramètre à 1. Quelque soit la valeur de n , le modèle respecte bien les conditions aux limites. Lorsque n est supérieur à 1, Pipes considère que la courbe résultante représente plutôt bien les comportements induits par des conditions de conduite plus risquées (conduite de nuit,

dans un tunnel). Lorsque n est compris entre 0 et 1, la courbe résultante représente une situation où les conducteurs n'adaptent leur vitesse qu'en fonction de la concentration.

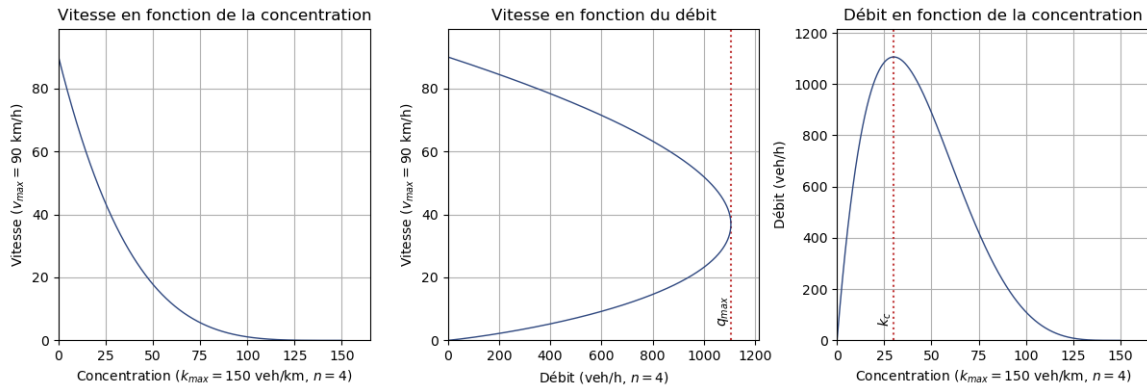


Figure 71 Diagramme fondamental de Pipes

6. Modèle de Greenberg modifié

Introduit par Ardekani (Ardekani et al., 2011) ce modèle cherche à lever l'inconvénient principal du modèle de Greenberg (à savoir le non-respect d'une des conditions aux limites). Pour se faire, il considère que même lorsqu'il y a très peu de trafic, il y a toujours des véhicules présents sur l'autoroute. Il introduit donc une condition de densité minimum k_0 différente de 0. Le modèle se formule ainsi :

$$v = v_c \times \ln \frac{k_{\max} + k_0}{k + k_0}$$

À la différence du modèle classique, cette version modifiée possède une valeur de vitesse lorsque la concentration est nulle. La vitesse est alors : $v = v_c \ln \frac{1}{k+k_0}$

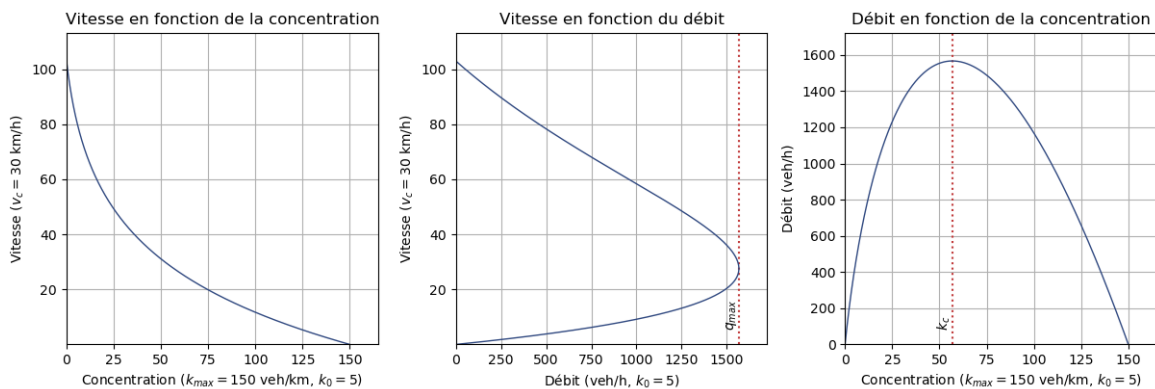


Figure 72 Diagramme fondamental de Greenberg modifié

7. Modèles polynomial et quadratique

La relation entre vitesse et densité peut aussi s'exprimer sous la forme d'une équation du second degré : $v = v_{max} + bk + ck^2$; où b et c sont des paramètres à caler.

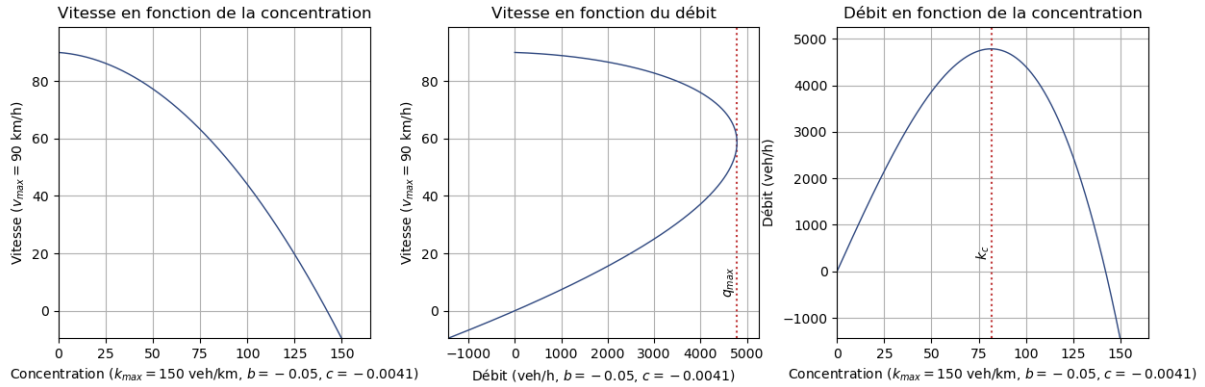


Figure 73 Diagramme fondamental polynomial

Une autre formulation est celle d'une équation quadratique : $v = v_{max} \left(1 - \frac{k^2}{k_{max}^2}\right)$

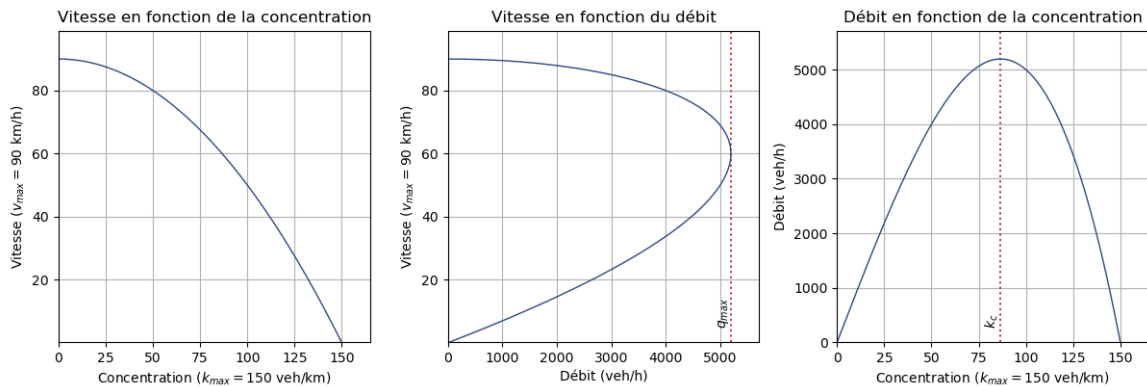


Figure 74 Diagramme fondamental quadratique

8. Modèle de Mac Nicholas

Introduit par Mac Nicholas et Michael en 2008, ce modèle s'exprime de la manière suivante :

$$v = v_{max} \left(\frac{k_{max}^q - k^q}{k_{max}^q + mk^q} \right)$$

Avec m et q , des paramètres à caler.

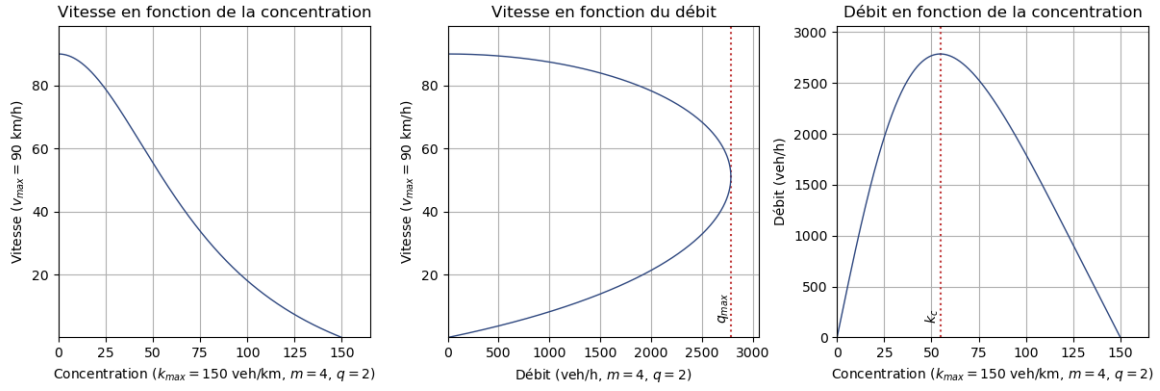


Figure 75 Diagramme fondamental de Mac Nicholas

9. Modèle de May

Enfin, on rappelle la formulation du modèle de May développée dans la section 2.1 du chapitre 2 de la première partie.

$$v = \left(v_{\max}^{1-m} \left(1 - \left(\frac{k}{k_{\max}} \right)^{p-1} \right) \right)^{\frac{1}{1-m}}$$

Avec :

- m tel que $0 \leq m < 1$
- p tel que $p > 1$

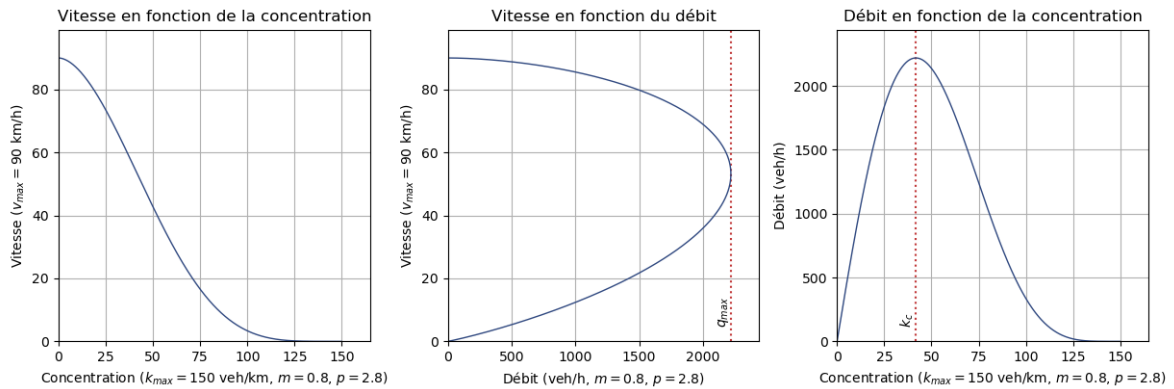


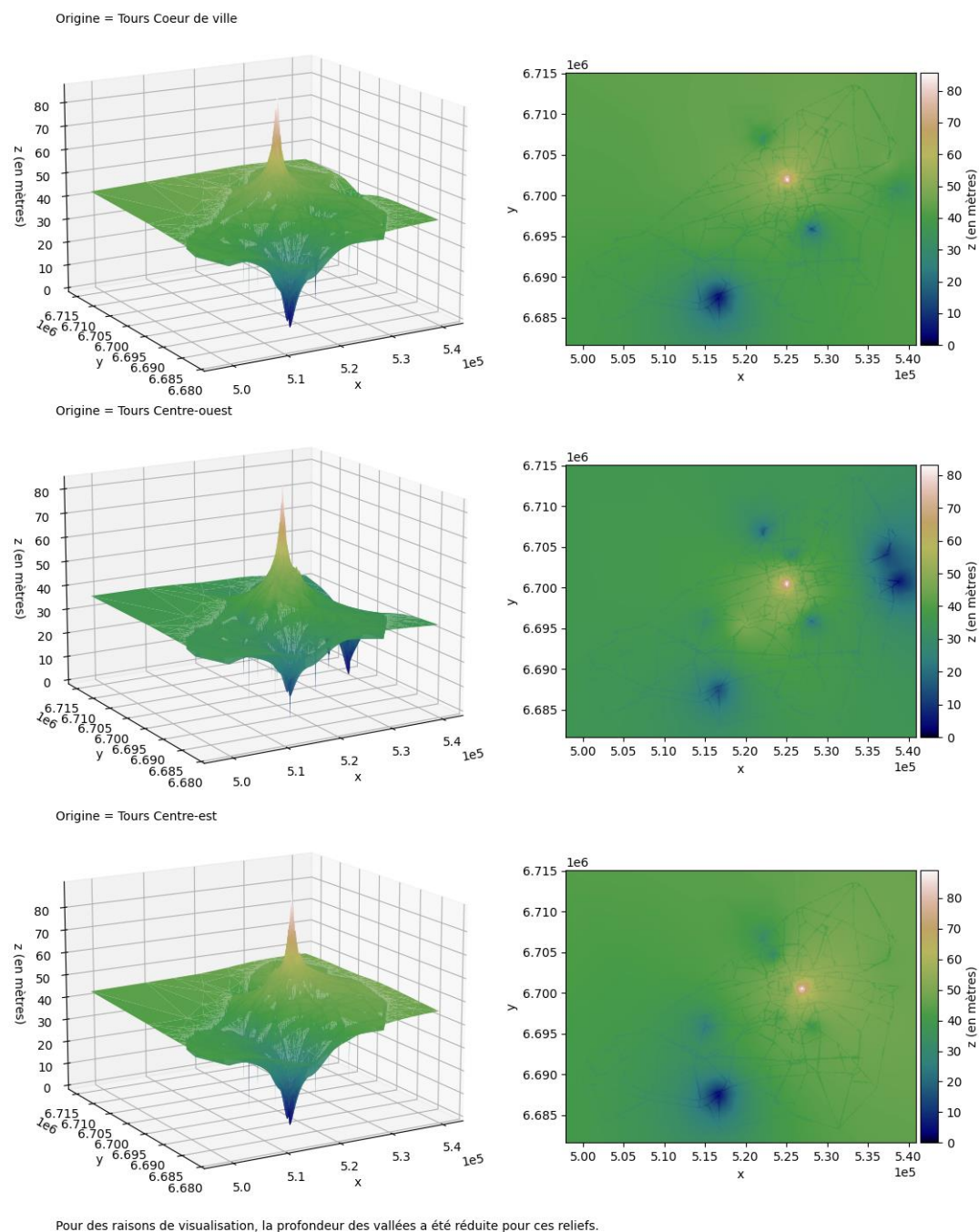
Figure 76 Diagramme fondamental de May

Annexe 2 : Paramétrage de Telemac 2D

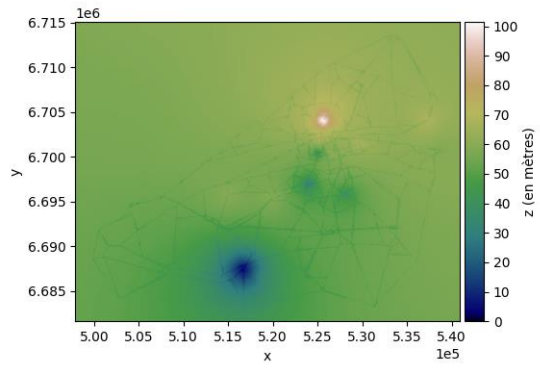
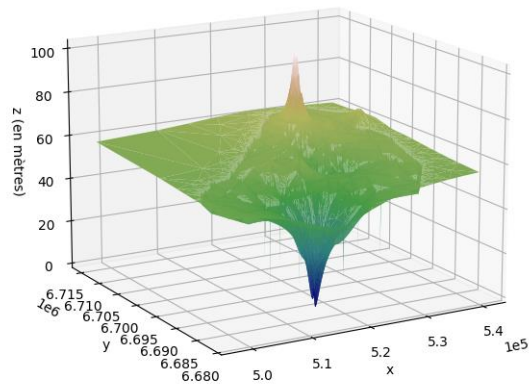
Pour la simulation des écoulements, le logiciel Telemac-2D est paramétré de la manière suivante (Lang et al., 2014).

VARIABLES POUR LES SORTIES GRAPHIQUES=H	Variable de sortie : hauteur d'eau
IMPLICITATION POUR LA VITESSE=0.55	Fixe la valeur du coefficient d'implication de la vitesse
IMPLICITATION POUR LA HAUTEUR=0.55	Fixe la valeur du coefficient d'implication de la hauteur
FICHER DE GEOMETRIE='geometry.slf'	Maillage du domaine d'étude
FICHER DES CONDITIONS AUX LIMITES='boundaries.cli'	Description des bordures du domaine
FICHER DES SOURCES='flows.lqd'	Fichier des flux entrant.
FICHER DES FONDS='altitudes.xyz'	Altitudes associées au maillage.
FICHER DES RESULTATS='2021-06-07_1_results.slf'	Fichier de sortie.
TITRE='2021-06-07'	Titre de la simulation.
TRAITEMENT DU SYSTEME LINEAIRE=2	Traitement via les équations d'ondes.
COMPATIBILITE DU GRADIENT DE SURFACE LIBRE=0.9	Dégradation de la compatibilité entre la hauteur d'eau et les vitesses dans l'équation de continuité qui permet de limiter les oscillations parasites.
TRAITEMENT DES HAUTEURS NEGATIVES=2	Assure le caractère strictement positif des hauteurs d'eau.
OPTION DE TRAITEMENT DES BANCS DECOUVRANTS=1	Les équations sont résolues partout avec correction sur les bancs découvrants.
MASS-LUMPING SUR H=1.	Permet d'accélérer la résolution du système en ramenant tout ou partie des matrices h et v à des matrices diagonales.
MASS-LUMPING SUR LA VITESSE=1.	
CORRECTION DE CONTINUITE=OUI	Assure la continuité des débits.
LISSAGES DU FOND=0	Pas de lissage du fond.
LOI DE FROTTEMENT SUR LE FOND=0	Pas de frottement.
PERIODE POUR LES SORTIES LISTING=1000	Impression des sorties dans la console.
PERIODE POUR LES SORTIES GRAPHIQUES=5	Impression des sorties dans le fichier de résultats.
PAS DE TEMPS=60.0	Pas de temps de la simulation.
NOMBRE DE PAS DE TEMPS=2880	Nombre de pas de temps.
TYPE DES SOURCES=2	Type de source : ici source de Dirac.
ABSCISSES DES SOURCES=525030.932071575	Abscisses de l'origine.
ORDONNEES DES SOURCES=6700489.8402181	Ordonnée de l'origine.

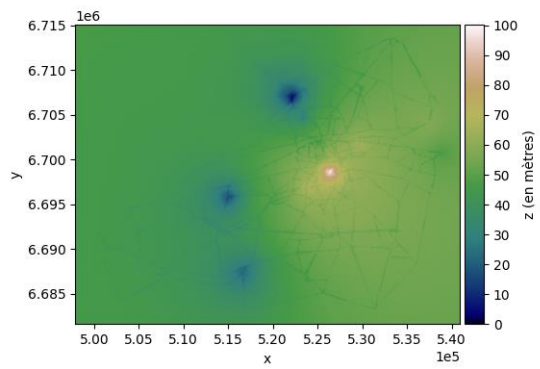
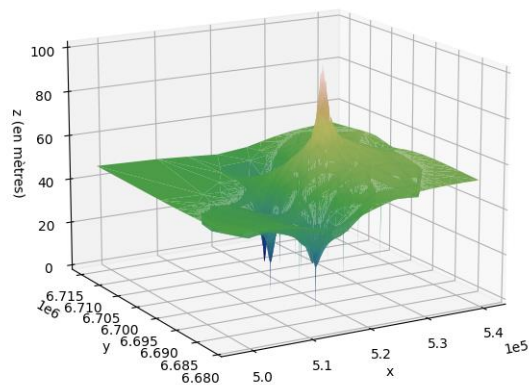
Annexe 3 : Reliefs finaux pour chaque origine sur le territoire du SCoT de l'agglomération tourangelle



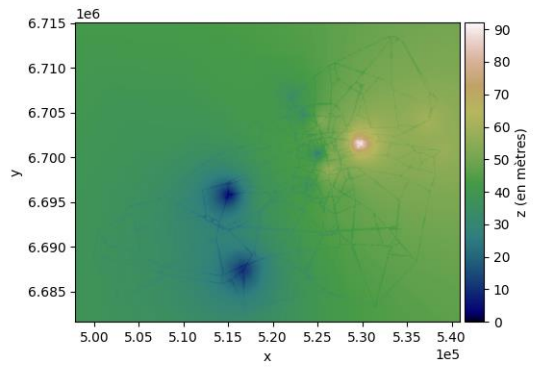
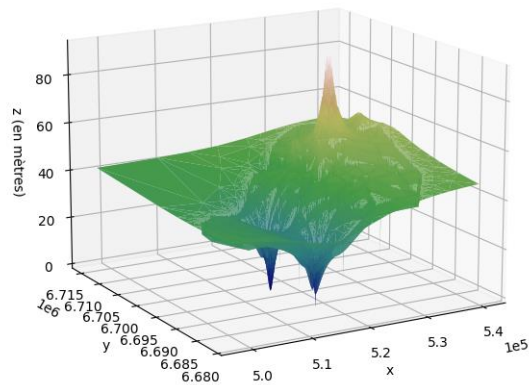
Origine = Tours Nord



Origine = Tours Sud

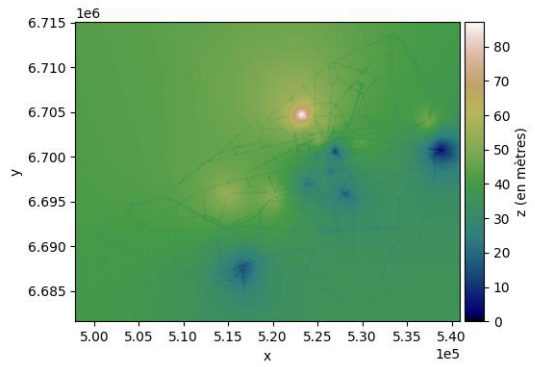
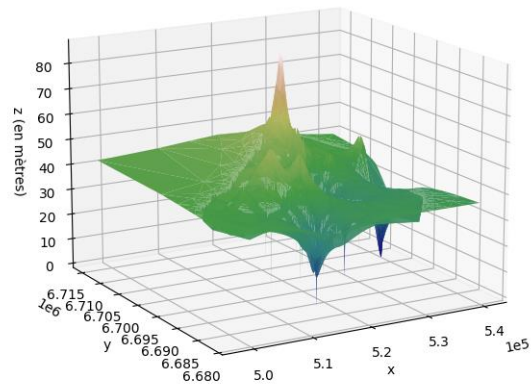


Origine = Saint-Pierre des Corps

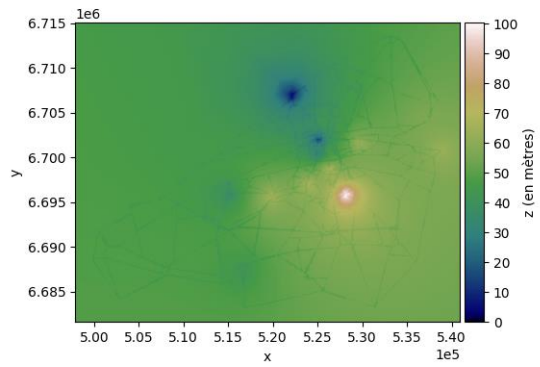
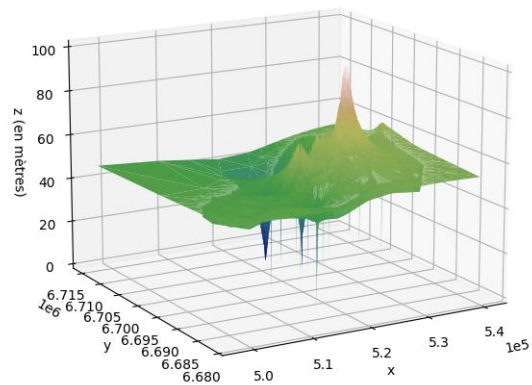


Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

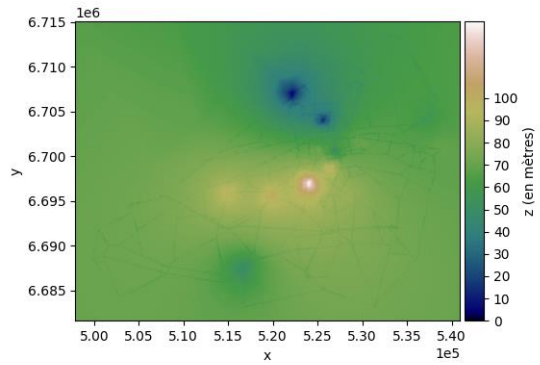
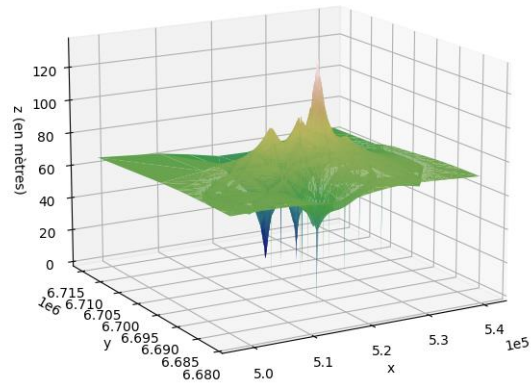
Origine = Saint-Cyr, Sainte Radegonde



Origine = Saint-Avertin, Chambray-les-Tours

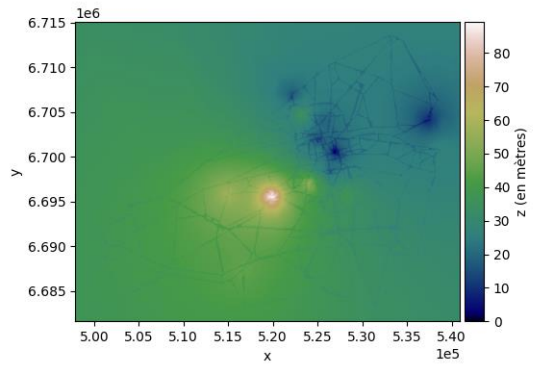
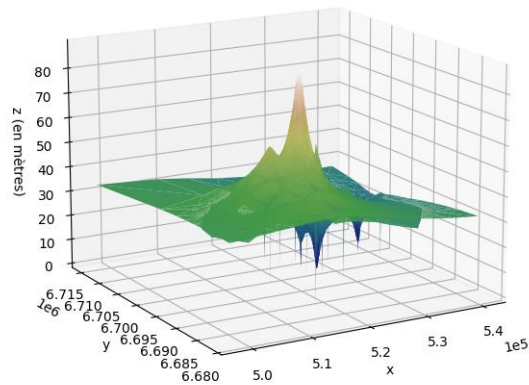


Origine = Joué-lès-Tours urbain

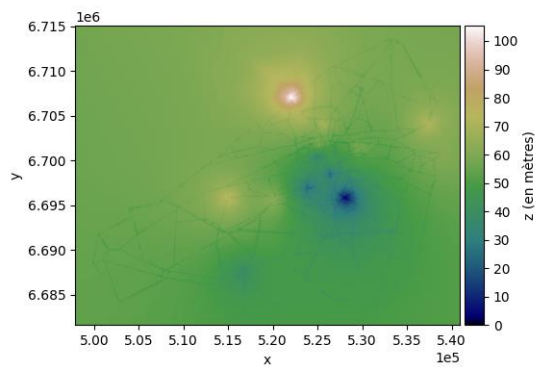
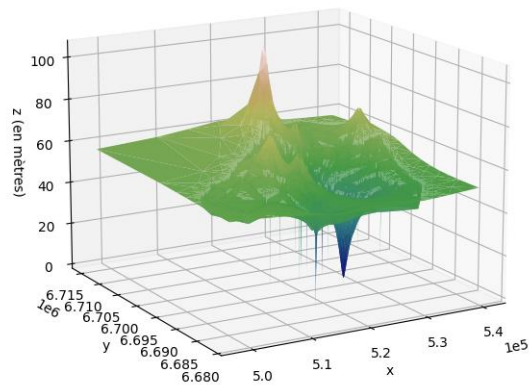


Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

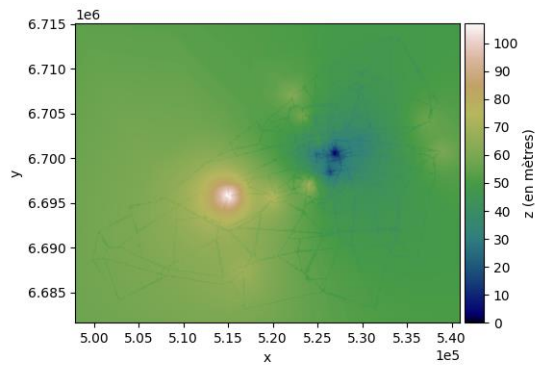
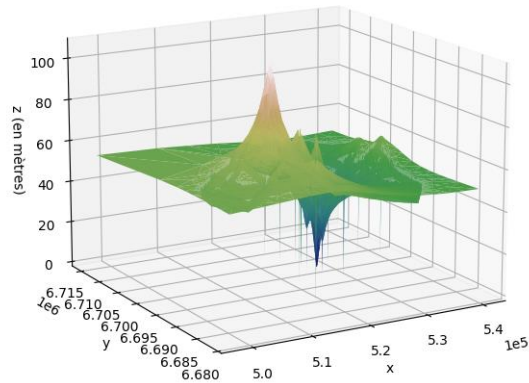
Origine = Ballan-Miré, reste Joué



Origine = Nord syndicat

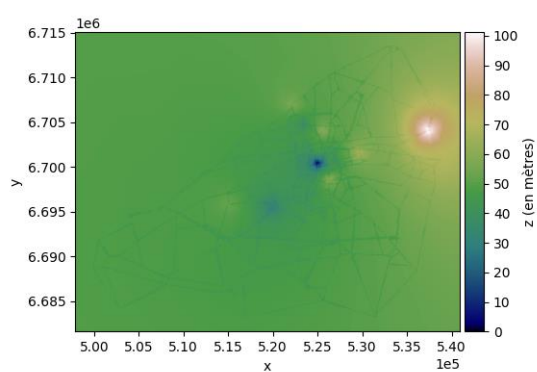
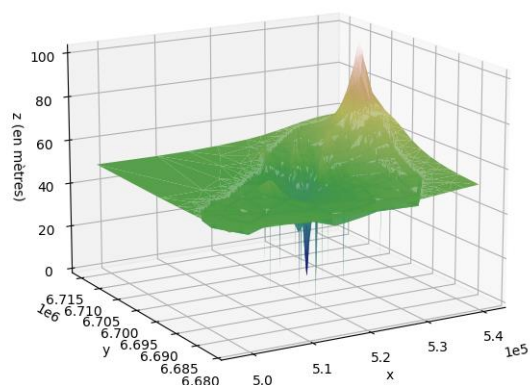


Origine = Ouest syndicat

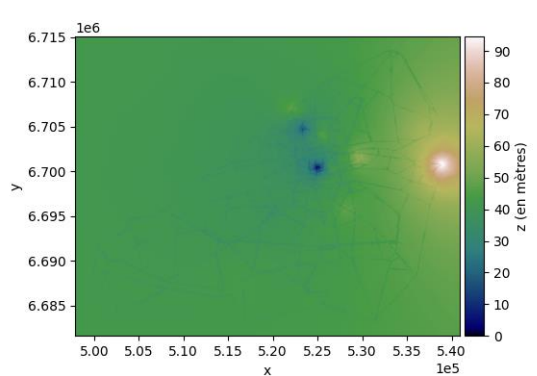
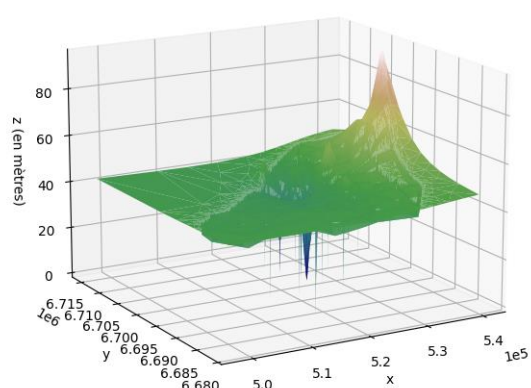


Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

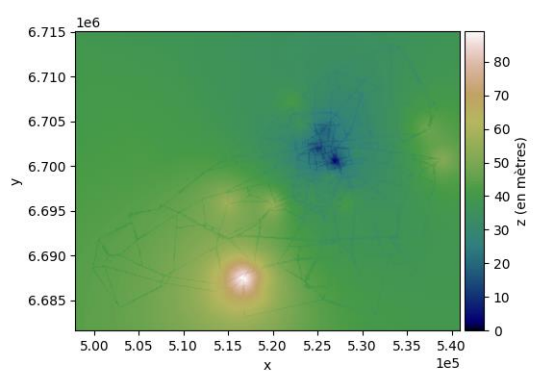
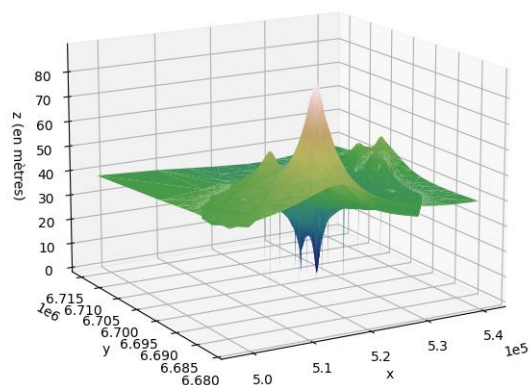
Origine = Vouvray, Vernou, la Ville aux Dames



Origine = Reste Touraine-Est Vallées



Origine = Touraine vallée de l'Indre



Pour des raisons de visualisation, la profondeur des vallées a été réduite pour ces reliefs.

Valentin LAMIRAULT

Modèle intégré des déplacements quotidiens : application à la Région Centre-Val de Loire.

Résumé

Dans le domaine des transports, deux approches de modélisation coexistent : la prévision statique de la demande de transport et la simulation dynamique de l'écoulement du trafic. Ce travail propose de revenir sur ces différentes approches de modélisation, d'en exposer les principes généraux et leurs limites. L'objectif est de mettre en avant leur cloisonnement tant dans le champ opérationnel que d'un point de vue théorique.

Compte tenu des incompatibilités de ces deux familles de modèles, on propose dans cette thèse un modèle de prévision et de simulation du trafic (MIPSiT). La finalité de celui-ci est d'intégrer les deux approches de modélisation au sein d'un même modèle pour lever tout ou partie des limites inhérentes à leur chainage. Pour ce faire, on se base sur une analogie avec la mécanique des fluides. Cette analogie est également à l'origine de certains modèles dynamiques de simulation du trafic. Plus précisément, on suppose que l'écoulement du trafic routier quotidien est analogue à celui d'un liquide. La thèse vise à développer cette analogie en définissant les modalités d'écoulement d'un fluide au travers du système d'équations de Saint-Venant. Par analogie, on définit ainsi les modalités d'écoulement du trafic. On construit également une figure géométrique en trois dimensions support de l'écoulement du fluide et à même de retranscrire les caractéristiques socio-économiques d'un territoire.

Ce modèle est enfin calé et appliqué à un territoire de la région Centre-Val de Loire. On simule ainsi le trafic sur le périmètre du schéma de cohérence territoriale de l'agglomération tourangelle avec le modèle MIPSiT. Les résultats, comparés à des flux de référence, permettent une première validation du modèle.

Mots clés : modélisation, accessibilité, transport, prévision, simulation, écoulement, relief.

Abstract

In the transport sector, two modelling approaches coexist: the static forecasting of transport demand and the dynamic simulation of traffic flows. In this thesis, we propose to review the different modeling approach and to describe their main principles and limits. The objective is to highlight the segmentation of these two approaches in operational applications and from a theoretical point of view.

Given the incompatibilities of these two model families, we present in the second part of the thesis a forecasting and traffic flow simulation model. The purpose is to integrate both the forecasting of transport demand and the traffic flow simulation into a single model to remove the limits inherent in their combination. To do so, we assume that daily traffic flow is analogous to the flow of a liquid. The thesis aims to expand this analogy. Firstly, we define the conditions of fluid flows through the shallow water equation system. By analogy, we also define the traffic flow conditions. Secondly, we build a three dimensional geometric object through which the flow can be simulated and which transcribe the socio-economic characteristics of a study area.

Then, this model is adjusted and applied to a study area located in the Centre-Val de Loire Region. The results, compared with reference flows, provide a first validation of our model.

Keywords: modelling, accessibility, transport, forecasting, simulation, flows, topography.